



DEUXIÈME COLLOQUE
SUR LE TRAITEMENT DU SIGNAL
ET SES APPLICATIONS
NICE - 5 AU 10 MAI 1969

24/ 1

FILTRAGE ADAPTE AUX SIGNAUX DE SPECTROMETRIE
NUCLEAIRE PAR CONVOLUTION SIGNAL-COPIE

B. ESCUDIE

Institut de Chimie et Physique Industrielle de Lyon

R. CHERY

Institut de Physique Nucléaire de Lyon

INTRODUCTION.

Les mesures spectrométriques actuelles utilisent les détecteurs semiconducteurs p-n. Les signaux, issus de ces détecteurs étant à faible rapport $\left[\frac{S}{B} \right]$, un filtrage approprié extrait le signal utile des parasites dus au détecteur. L'approche du filtre optimal appelé "filtre adapté" conduit à diverses solutions techniques. Nous étudions ici les performances du procédé de filtrage adapté appelé "convolution avec une copie du signal", que V. RADEKA a récemment signalé pour la spectrométrie nucléaire⁽¹⁾.

I. FILTRAGE ADAPTE PAR CONVOLUTION SIGNAL-COPIE.

Rappelons que le filtre adapté à un signal $S(t)$:
- fournit sur sa sortie le rapport signal/bruit maximal⁽²⁾ :

$$\left[\frac{S}{B} \right] \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|S(\nu)|^2}{Y(\nu)} d\nu$$

$X(\nu)$: densité spectrale énergétique du bruit, $X(\nu) \Leftrightarrow \Gamma(t)$

- décrit le rapport de vraisemblance lié à la présence du signal si le bruit est gaussien^(2, 3),

- son gain complexe vaut : $h(\nu) = \frac{S^*(\nu)}{Y(\nu)} e^{-2i\pi\nu t_0}$



Filtrage adapté aux signaux

B. ESCUDIE, R. CHERY

Dans le cas d'un bruit de densité spectrale énergétique non uniforme avec la fréquence ν un procédé courant consiste à ramener $Y(\nu)$ à une constante dans la bande utile du signal avec un filtre correcteur F_1 puis à réaliser le filtrage adapté au signal :

$S_1(t) = S(t) * H_1(t)$
 $\left(H_1(t) \rightleftharpoons h_1(\nu) \right)$ en présence d'un bruit "blanc" dans la bande utile B_S du signal (figure 1.)

Dans le cas du détecteur de particules, le bruit possède une densité spectrale $Y(\nu)$ du type suivant :

$$Y(\nu) = Y_t + \frac{Y_0}{1 + 4\pi^2 \nu^2 \tau_c^2}$$

où Y_t est la densité due au bruit thermique, le second terme étant dû au bruit de génération recombinaison. Dans ce cas $h_1(\nu)$ devient un filtre RC simple du type représenté figure 2⁽¹⁾.

On réalise alors l'opération de filtrage adapté à $S_1(t)$. $S_1(t)$ se déduit de $S(t)$ par une "différenciation avec compensation pôle zéro" due à $H_1(t)$. $S_1(t)$ est une exponentielle décroissante. On réalise l'opération :

$$\Gamma_{S_1}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(t-\theta) S_1^*(\theta) d\theta$$

soit :

$$\Gamma_{S_1}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(\theta) S_1^*(\theta-t) d\theta$$

$S_1(t)$ est toujours défini sur un support borné de mesure T . "Le temps de mesure" T étant fini, on évite par là les problèmes d'empilement.

Si on connaît la "date t_0 " du signal $S_1(t)$ à l'aide du mélange signal + bruit on pourra toujours réaliser l'opération par "convolution avec une copie" de $S_1(t)$ déclenché en t_0 .



Filtrage adapté aux signaux ...

B. ESCUDIE, R. CHERY

Cette technique particulièrement courante en radar et sonar⁽²⁾ a été appliquée en identification de particules⁽⁴⁾ et V. RADEKA l'a récemment proposée en spectrométrie⁽¹⁾. Le schéma de l'opération est celui représenté sur les figures 3 et 4.

L'information temps est obtenue après le filtre h_1 par franchissement d'un seuil classique ou par détection par passage à zéro. V. RADEKA indiquait que pratiquement les fluctuations de t_0 devraient être relativement peu importantes. Cette étude a pour but de chiffrer les pertes qu'elles entraînent et de vérifier expérimentalement le principe.

II. CALCUL DES PERFORMANCES EN S/B , ET INFLUENCE DES FLUCTUATIONS SUR t_0

Nous formons la quantité :

$$\int_0^T S_{1T}(t) \cdot [B(t) + S_{1T}(t - t_0)] dt$$

Nous étudierons d'abord la valeur du $[S/B]$ obtenu en supposant parfaitement connu t_0 , que l'on assimilera à l'origine des temps.

a) Calcul du S/B

Le signal de sortie vaut :

$$\int_0^T S_{1T}^2(t) dt$$

le bruit vaut :

$$\left[\int_0^T S_{1T}(\theta - t) B_1(\theta) d\theta \right]_{t=0}$$

c'est une variable aléatoire obtenue par filtrage linéaire de $B(t)$ dans un filtre de réponse $H(t) = S(-t) \cdot \Pi_T(t - T/2)$

où $\Pi_T(t)$ est la fonction rectangle de support $(-T/2, T/2)$.

La valeur moyenne vaut :

$$m = 0 \quad (\text{bruit centré})$$



24/4

Filtrage adapté aux signaux

B. ESCUDIE, R. CHERY

L'écart type vaut :

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} Y_1(v) |h(v)|^2 dv = \left[\Gamma_H * \Gamma_1 \right]_{\tau=0}$$

Remarquons immédiatement que $Y_1(v)$ est en fait égal à :

$$Y_1(v) = \frac{K}{1 + 4\pi^2(v^2/b_0^2)}$$

où b_0 est la bande passante du préamplificateur ; cette grandeur est plusieurs fois supérieure à $1/\tau_1$, où τ_1 est la constante de temps de décroissance du signal : $\tau_1 = 1 \mu s$, $b_0 \approx 10$ à 20 Mhz (figure 4). On peut donc considérer que $Y_1 =$ constante dans la bande utile du signal $e^{-t/\tau_1}, t \geq 0$. On a :

$$\left[\frac{S}{B} \right] = \frac{E_{ST}}{\left[\Gamma_H * \Gamma_1 \right]_{\tau=0}}$$

Le calcul conduit pour les quantités :

$$- S_1(t) = A e^{-t/\tau_1}, 0 \leq t \leq \tau$$

$$- \Gamma_1(t) = \sigma_0^2 e^{-b_0 t / \tau_1}$$

au rapport signal sur bruit suivant :

$$\left[\frac{S}{B} \right] = \frac{A^2 \cdot (1 - e^{-2T/\tau_1})^2 (b_0 \tau_1 - 1) (b_0 \tau_1 - \tau)}{\sigma_0^2 \left[(b_0 \tau_1 - \tau) (1 - e^{-T/\tau_1}) + (b_0 \tau_1 - 1) (e^{-2T/\tau_1} - e^{-b_0 \tau_1 / \tau_1}) \right]}$$

d'où en posant : $\left[S/B \right]_{\text{entrée}} = (A/\sigma_0)^2 :$



$$g = \frac{[S/B]_s}{[S/B]_e} = \frac{(1 - e^{-2T/\tau_1})^2 (b_0 \tau_1 - 1)(b_0 \tau_1 - 3)}{(b_0 \tau_1 - 3) (1 - e^{-T/\tau_1}) (b_0 \tau_1 - 1) + (b_0 \tau_1 - 1) (e^{-2T/\tau_1} - e^{-\frac{b_0 \tau_1 - 1}{\tau_1} T})}$$

Dans les conditions habituelles on a :

$$\begin{cases} \tau_1 = 1 \mu s \\ b_0 \geq 15 \text{ Mhz (bande à 3dB } 10 \text{ Mhz)} \\ 3 \leq T \leq 10 \mu s \\ g \approx (1 - e^{-2T/\tau_1})^2 (b_0 \tau_1 - 1) \end{cases}$$

b) Influence des fluctuations de temps.

La copie $S_T(t)$ est déclanchée à l'instant $t_0 \neq 0$; $t = 0$ origine vraie du signal est pris comme origine des temps. t_0 est une variable aléatoire que l'on peut supposer gaussienne centrée autour $t_0 = 0$ et de variance $\sigma_{t_0}^2$. Nous vérifierons par la suite cette hypothèse. Le dispositif de traitement forme la quantité :

$$\int_0^T S_{1T}(t-t_0) A S_{1T}(t) dt + \int_0^T S_{1T}(t-t_0) B(t) dt$$

La deuxième quantité sert à évaluer la variance du bruit final, $B(t)$ étant stationnaire l'évaluation de son écart type final après filtrage dans le filtre de réponse $S_{1T}(-t)$ ne dépend pas de t_0 . Nous tenons compte des fluctuations sur le terme signal :

$$Y_0 = \int_0^T S_{1T}(t-t_0) S_{1T}(t) dt$$

dans le cas présent on a :

$$Y_0 = \int_0^{T-t_0} e^{-t/\tau_1} \cdot e^{-(t-t_0)/\tau_1} dt$$



soit :

$$Y_0 = e^{t_0/\tau_1} (1 - e^{-2T/\tau_1} e^{t_0/\tau_1})$$

Calculons la valeur moyenne :

$$\bar{Y}_0 = E\{Y_0\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{t_0}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{t_0/\tau_1} (1 - e^{-2T/\tau_1} e^{t_0/\tau_1}) \left(e^{-\frac{t_0^2}{2\sigma_{t_0}^2}} \right) dt_0$$

d'où :

$$\bar{Y}_0 = e^{\frac{\sigma_{t_0}^2}{2\tau_1^2}} - e^{-\frac{2T}{\tau_1}} \cdot e^{\frac{4\sigma_{t_0}^2}{2\tau_1^2}}$$

Par rapport au coefficient de pondération normal $(1 - e^{-2T/\tau_1})$,
il existe une perte moyenne relative :

$$P = \frac{e^{\frac{\sigma_{t_0}^2}{2\tau_1^2}} - e^{-\frac{2T}{\tau_1}} \cdot e^{\frac{4\sigma_{t_0}^2}{2\tau_1^2}}}{1 - e^{-2T/\tau_1}}$$

Calculons maintenant l'écart type des fluctuations :

$$\sigma_f^2 = E\{Y_0^2\} - E^2\{Y_0\}$$

d'où :

$$\sigma_f^2 = e^{\frac{\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} \left(e^{\frac{\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} - 1 \right) - 2e^{-\frac{2T}{\tau_1}} \cdot e^{\frac{2\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} \left(e^{\frac{2\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} - 1 \right) + e^{-\frac{4T}{\tau_1}} \cdot e^{\frac{4\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} \left(e^{\frac{4\sigma_{t_0}^2}{\tau_1^2}} - 1 \right)$$

Le rapport signal sur bruit de fluctuations de temps¹¹ vaut :

$$\left[\frac{S}{f} \right] = \frac{E_{ST} P^2}{\sigma_f^2}$$



c) Etude des performances totales.

Pour les conditions indiquées ci-dessus, $b_0 \approx 15$ à 50 Mhz, $\tau_1 = 1 \mu s$, nous avons étudié le gain en rapport signal sur bruit : $g = \frac{[S/B]_{\text{sortie}}}{[S/B]_{\text{entrée}}}$, p perte moyenne due aux fluctuations sur la mesure de t_0 , et le rapport signal utile Y , à l'écart type des fluctuations σ_f . Nous avons exprimé σ_{t_0} en fonction de τ_1 . Les figures 6 à 8 représentent ces trois grandeurs en fonction de T ,

Nous remarquons que le gain g est proche de la valeur limite $b_0 \tau_1$; des performances correctes nécessitent un temps de lecture T , de l'ordre de 3 à $4 \tau_1$, puisque $S_1(t)$ est une exponentielle. Ceci limite évidemment le taux d'apparition des signaux $S_1(t)$ à des cadences de l'ordre de $1/10 \tau_1$ ou plus, pour éviter tout effet d'empilement.

La perte p reste en général faible. En effet une détection de l'instant t_0 convenable conduit à $\sigma_{t_0} \approx 100$ ns, soit une excursion totale de $+3 \sigma_{t_0} \approx 600$ ns. Cette quantité est encore supérieure à ce que l'on peut atteindre actuellement par le procédé de détection dit "passage à zéro". Dans ce cas $p \leq 1$ ou 2 dB. Il s'en suit que $(Y/\sigma_{t_0})^2$ dans de telles conditions est très grand. L'effet dû à σ_{t_0} est négligeable devant celui dû au bruit $B(t)$.

III. DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

a) Matériel et circuits utilisés.

Un détecteur semiconducteur du type $5C4$ est complé à un préamplificateur de charge du type Blalock⁽⁵⁾. Celui-ci excite un amplificateur à large bande MAP 11 comprenant le circuit compensateur réglé pour $\tau_1 = 1 \mu s$. Après amplification, on détecte l'instant d'apparition t_0 par franchissement de seuil (détecteur de signe intégré $\mu A \text{ } \#10 c$) ou par passage à zéro.



Ayant obtenu un signal de présence, on fabrique une "copie tronquée" de $S_1(t)$ à l'aide d'un circuit de différenciation et d'un circuit de rejet. Cette copie est alors envoyée à un multiplicateur. Le premier essai a été réalisé avec un multiplicateur MAP 1 R réalisé selon le procédé dû à V. RADEKA⁽⁶⁾. Un autre essai utilise un multiplicateur à porte dû à D. BERTHIER⁽⁷⁾. Le signal de sortie est mis en forme à l'aide d'une porte à effet de champ, pour obtenir une impulsion analysable par un sélecteur multicanaux du type SA 40 B ou SA 44. La figure 9 suivant résume les principales parties du circuit.

b) Résultats obtenus.

Avant de mesurer les gains en $[S/B]$ et de comparer avec d'autres procédés de filtrage, nous avons essayé de mesurer les fluctuations sur le temps d'apparition t_0 , et d'en déduire σt_0 en vérifiant l'hypothèse gaussienne. Pour cela on utilise un convertisseur temps-amplitude ORTEC 437. On le commande par l'impulsion d'injection et l'impulsion copie $S_{1T}(t - t_0)$, (figure 10).

La densité de probabilité obtenue est d'allure gaussienne. La distribution conduit à une valeur de σt_0 de l'ordre de 75 à 80 ns. Nous avons testé la nature gaussienne par étude de la parabole obtenue sur papier semilogarithmique, ainsi que le montre la figure 11. Le gain en rapport $[S/B]$ obtenu, s'approche de la valeur théorique à 1 dB près. Cet écart est dû aux fluctuations résiduelles sur t_0 , et aux différentes sources de bruit qui existent dans les circuits de multiplication.

Afin de comparer avec d'autres procédés d'approche du filtre adapté, nous avons étudié les performances du filtre sous optimal ORTEC 435. Cet ensemble comporte un circuit de compensation (R_1, R_2, C) et un réseau actif de fonction de transfert :



$$h(p) = \frac{1}{T_0^2 p^2 + 2 \xi T_0 p + 1}, \quad p = 2\pi i \nu$$

où T_0 est la constante de temps de décroissance du signal sortant du réseau de compensation. Dans le cas présent, on a :

$$T_0 = 1 \mu s \quad \xi = 1/2$$

Nous comparons le gain en $[S/B]$ que procurent les deux types de filtrage. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

| type du circuit | $[S/B]_{pr.}$ | $[S/B]_{compensé}$ | $[S/B]_{final}$ | g |
|------------------------|---------------|--------------------|-----------------|---------|
| Convolution avec copie | 3 dB | 6 dB | 18 dB | 12 dB |
| ORTEC 435 | 3 dB | 6 dB | 16,5 dB | 10,5 dB |

La simplicité du procédé utilisé, compte-tenu de l'existence actuelle de multiplieurs à large bande de dynamique suffisante, permet de profiter de l'amélioration du rapport $[S/B]$. La détermination du $[S/B]_{\hat{d}}$ aux fluctuations de déclenchement de la copie conduit à σ_p assez faible et vérifie l'hypothèse de V. RADEKA.

Ce procédé semble avoir quelque intérêt pour la spectrométrie de basse énergie vu le gain en $[S/B]$ qu'il procure

CONCLUSION.

Le procédé de filtrage adapté par convolution avec une copie du signal procure un gain en $[S/B]$ proche du rapport $[S/B]_{optimal}$ à 1dB près. Les fluctuations de déclenchement de la copie ont dans la majorité un effet nuisible, qui est cependant négligeable. Les performances en $[S/B]$ obtenues sont légèrement supérieures à celles des filtres sous optimaux.



BIBLIOGRAPHIE

- (1) V. RADEKA
Rapport BNL-11783 et 11794, (1967)
- (2) A. BLANC-LAPIERRE et al.
Modèles statistiques pour l'étude des phénomènes de
fluctuations
Masson et Cie, Paris, (1963)
- (3) H. MERMOZ
Thèse Doct. ès-Sciences Phys., Univ. Grenoble, (1964)
- (4) B. ESCUDIE
Thèse Doct. ès-Sciences Phys., Univ. Lyon, (1967)
- (5) BLALOCK
IEEE Trans. Nucl. Sci., NS/13, No.3, (1966), 457
- (6) V. RADEKA
Rapport BNL-6952, (1964)
- (7) D. BERTHIER
Thèse Doct. Ingénieur, Univ. Grenoble, (1967)

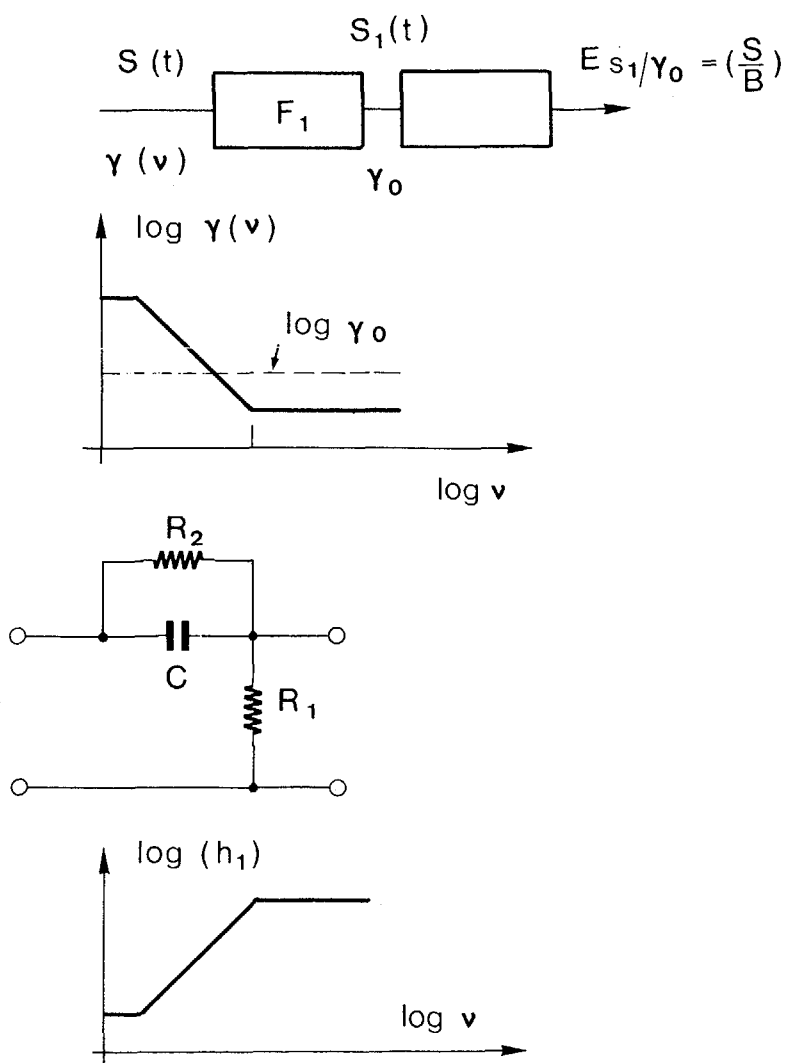


figure 1



figure 2

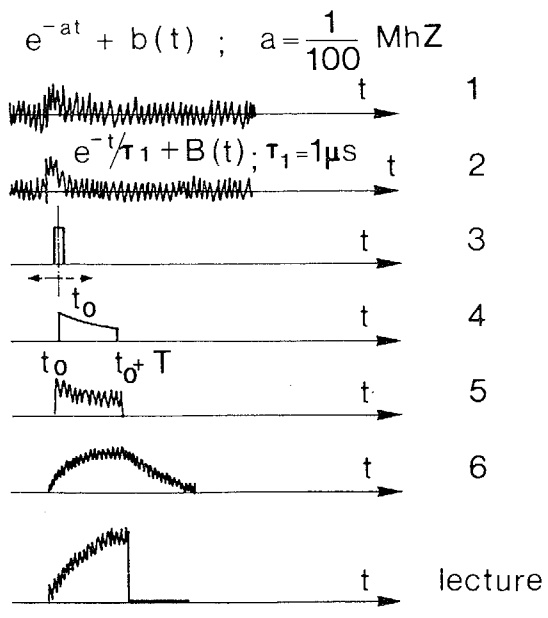
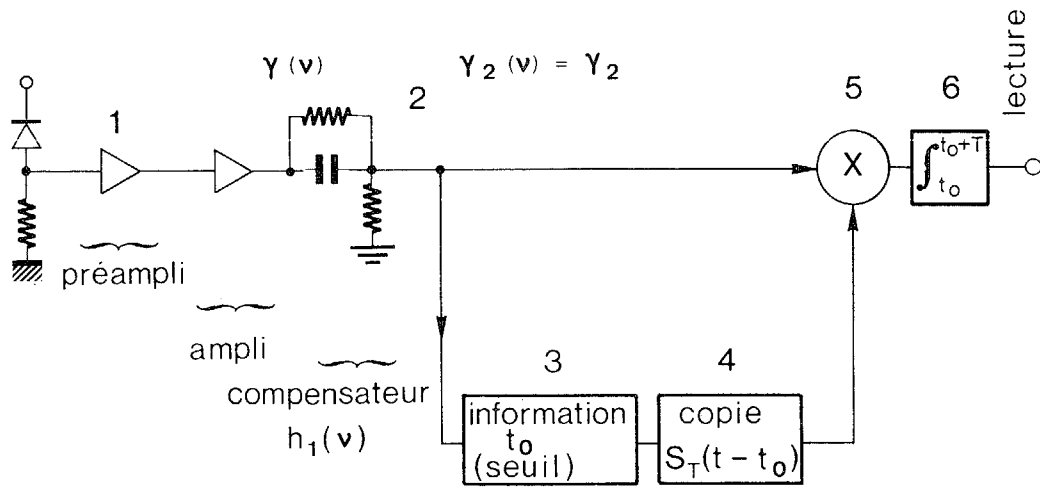


figure 3

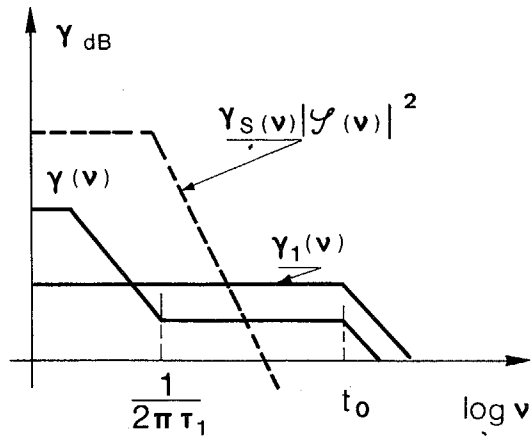


figure 4

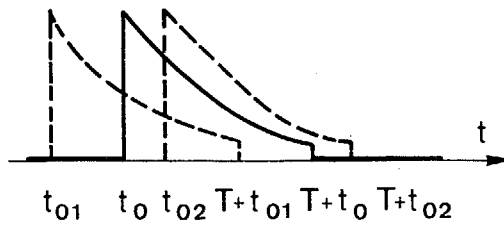


figure 5

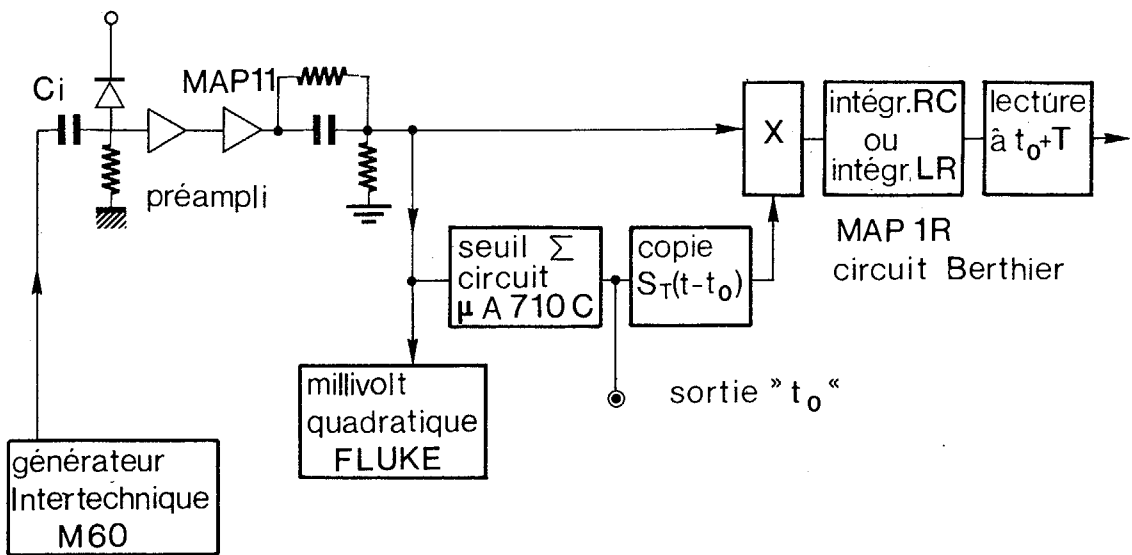
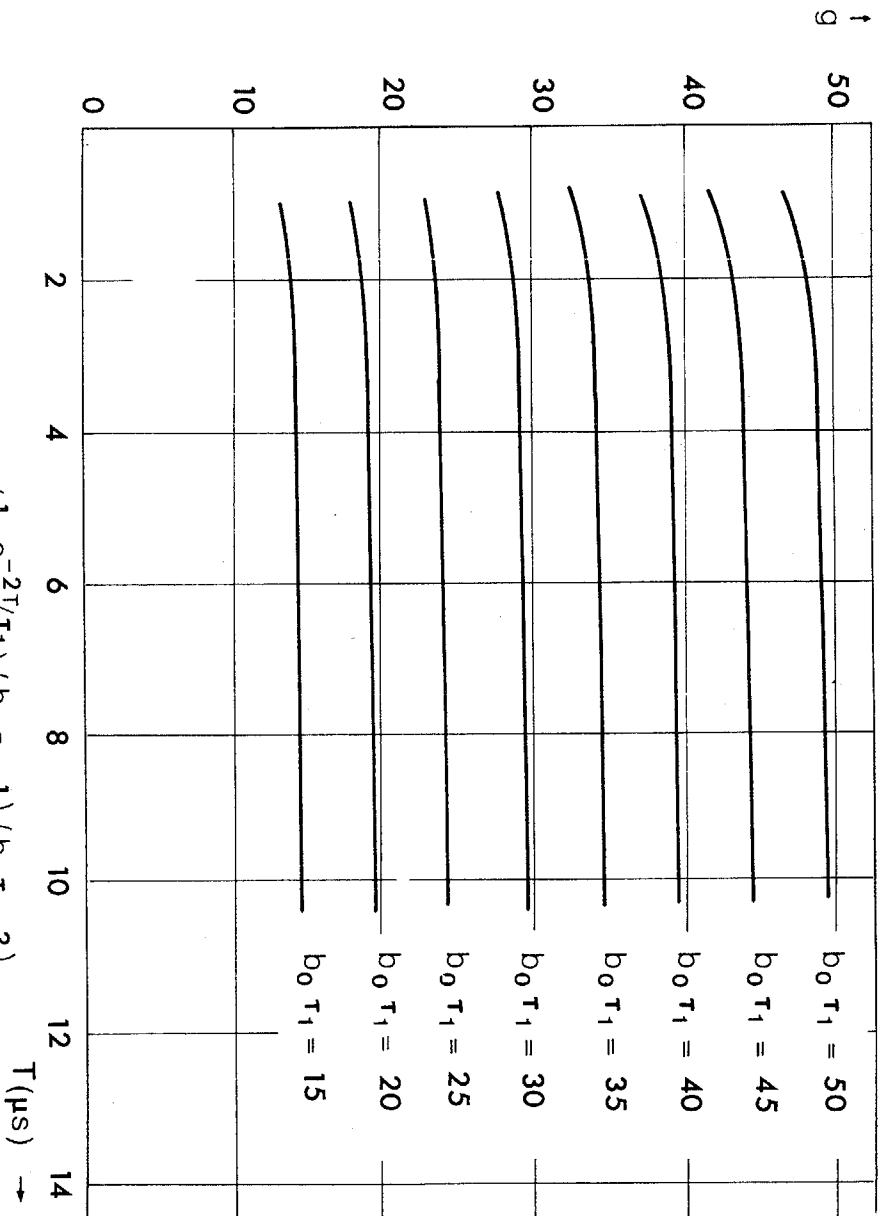


figure 9



$$g = \frac{(1 - e^{-2T/\tau_1})(b_0\tau_1 - 1)(b_0\tau_1 - 3)}{(b_0\tau_1 - 3)(1 - e^{-2T/\tau_1}) + (b_0\tau_1 - 1)(e^{-2T/\tau_1} - e^{-(b_0\tau_1 - 1)T/\tau_0})}$$

$$g = (b_0\tau_1 - 1) \approx b_0\tau_1$$

figure 6

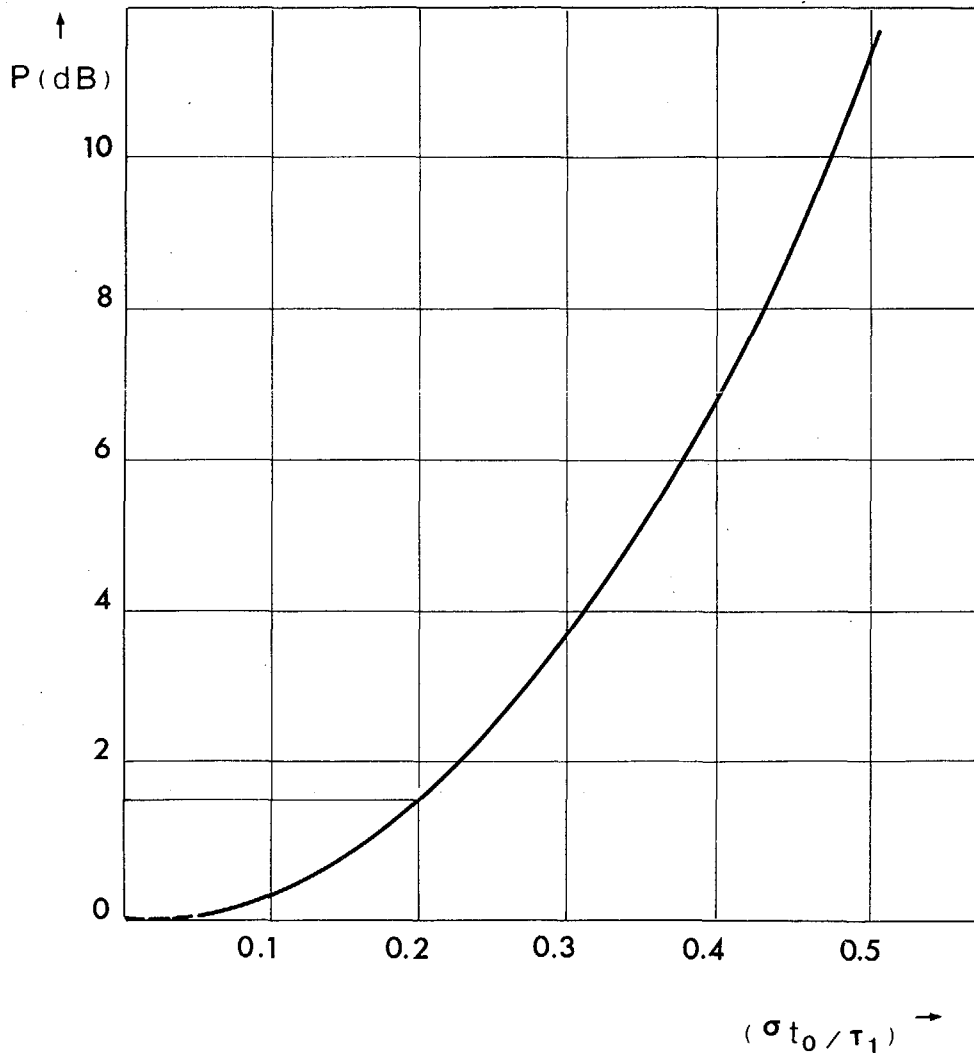


figure 7

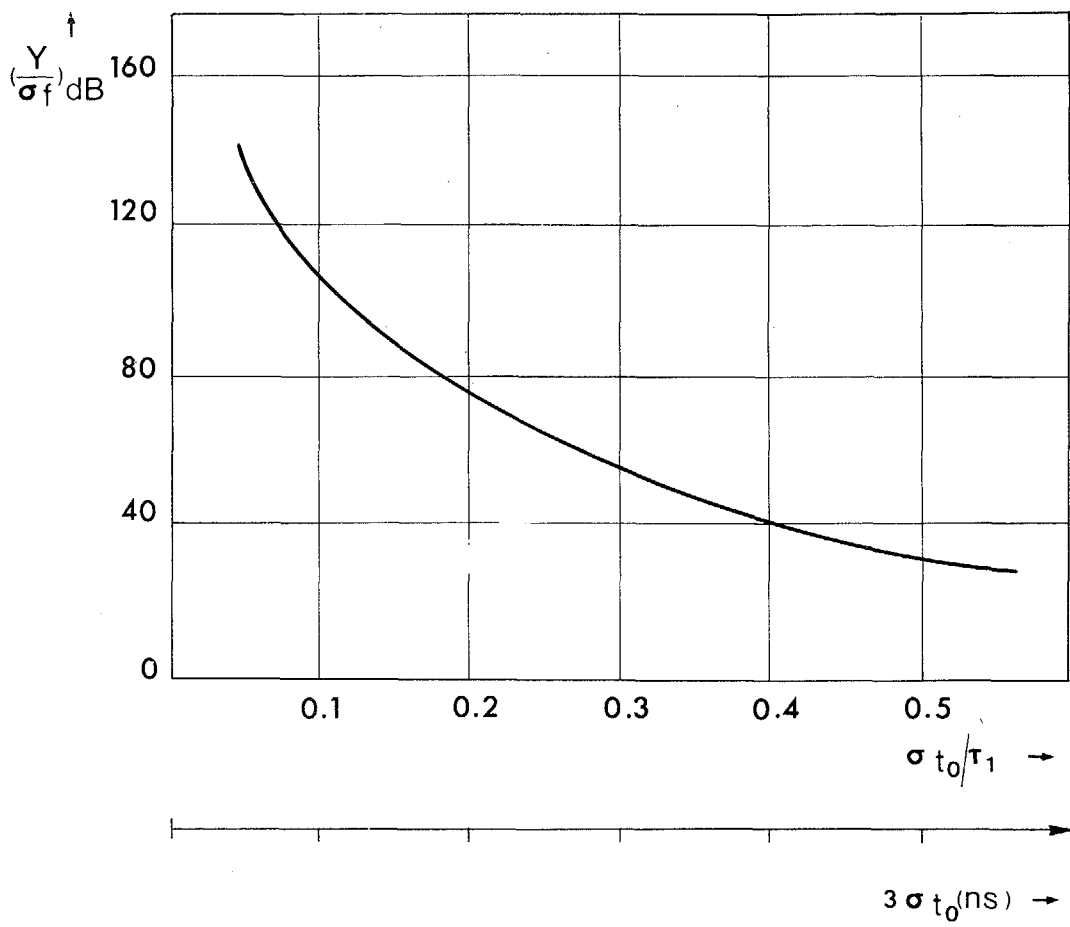


figure 8

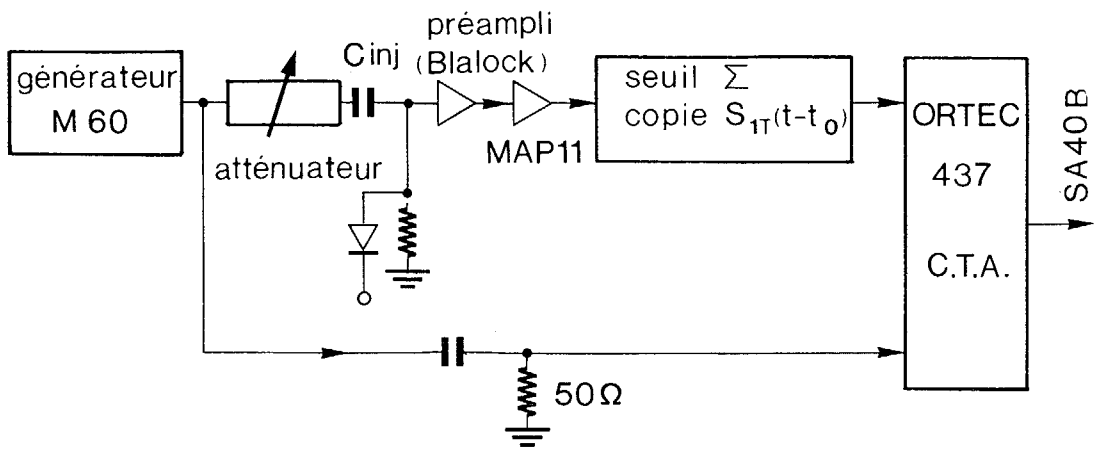


figure 10

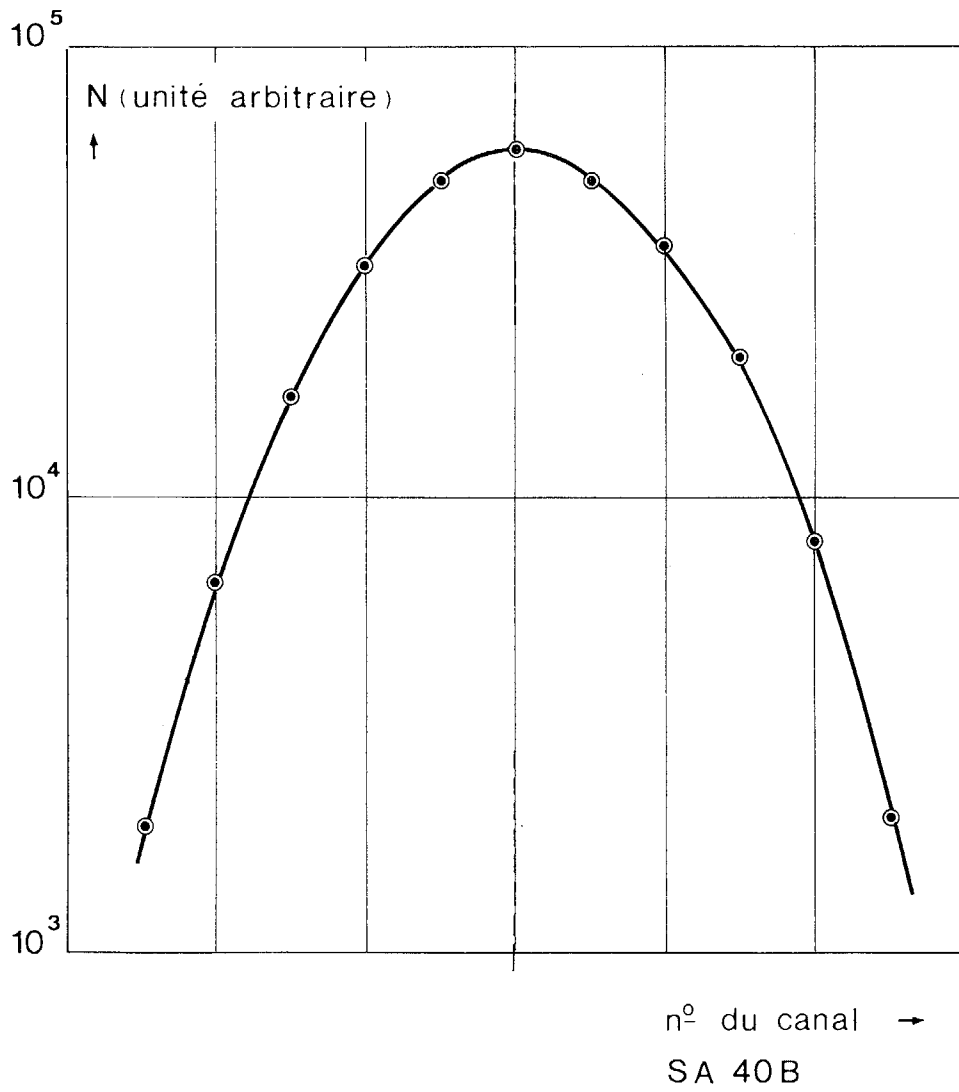


figure 11