



QUELQUES PROBLÈMES DE DIFFRACTION SUR LES ONDES ACOUSTIQUES

(Compte rendu des recherches effectuées au Laboratoire d'Acoustique Générale
du Centre de Recherches Physiques de Marseille)

par

Maurice JESSEL

Maître de recherches au C.N.R.S.

Les travaux que nous allons présenter n'ont pas encore fait l'objet de publications extensives. Seules ont paru quelques notes aux Comptes rendus de l'Académie des Sciences sur certains points importants. Quelques articles plus détaillés viennent de paraître [1, 2, 3, 4].

Les sujets traités dans notre laboratoire ont l'ambition de perfectionner les méthodes fondamentales de l'acoustique théorique, qui est, avec la mécanique céleste, une des branches les plus anciennes de la physique mathématique. Or le progrès de la science ne consiste pas uniquement dans la découverte et l'interprétation de phénomènes nouveaux, mais il exige en même temps une révision permanente des notions et des méthodes, même les mieux établies, qui avaient été acquises dans le passé. Une telle révision est spécialement urgente actuellement, à cause de la véritable révolution suscitée en physique mathématique par l'emploi généralisé des grandes machines à calculer. Une utilisation judicieuse de ces machines demande en effet que soit repensé, condensé et remis à neuf tout l'arsenal des concepts et des techniques hérités de l'époque du calcul manuel. C'est à une telle rénovation que nous désirons apporter notre contribution, en essayant de traiter avec une généralité accrue certains points précis de la théorie des ondes. Du reste nous nous sommes bornés jusqu'ici aux ondes acoustiques de faibles amplitudes, ce qui nous facilitait la tâche en nous ramenant au problème de la propagation ou de la diffraction d'un simple champ scalaire, ou du potentiel des vitesses.

De notre groupe le plus avancé dans ses recherches est M. Guy Duméry, dont la thèse traite de la diffraction par un réseau d'objets identiques. Sa théorie tient compte, rigoureusement, des interactions entre tous les éléments du réseau. Elle devra sans doute être considérée comme une contribution de premier ordre au vaste et difficile problème de la diffraction multiple (« multiple scattering »). Au début il suppose résolu le problème de la diffraction par l'un des objets pris isolément, c'est-à-dire qu'il se donne la fonction de Green d'un élément séparé. Nous rappelons qu'une telle fonction, qui peut se noter $G(P, t; P', t')$, représente le champ créé au point P et à l'instant t par une source ponctuelle située au point P' et émettant une impulsion brève à l'instant t' . Pour

un son sinusoïdal cette fonction se ramène à $G(P, P')$. Une fonction de Green peut s'interpréter comme représentant, outre le champ direct de la source unité sise en P' , la somme d'une infinité de sources dites « de diffraction » induites par le champ incident issu de P' et localisées dans la superficie de l'objet diffringent. Une telle fonction n'est connue, il est vrai, que pour un très petit nombre d'objets très simples quant à leur forme et à leur constitution. Mais on peut penser que ce nombre est appelé à augmenter. Cependant, et c'est là une des originalités de son travail, G. Duméry n'utilise pas telles quelles les fonctions de Green des éléments de son réseau. Il les décompose en séries de multipôles centrés, pour chaque élément, en un point convenable situé à l'intérieur de cet élément. Il prend alors comme inconnues de son problème les coefficients de chaque série multipolaire, ce qui permet de tenir compte de toutes les interactions entre éléments différents dans le réseau. Comme la fonction de Green d'un objet tient déjà compte de la condition aux limites à la frontière de ce même objet, il reste, pour un réseau de N éléments, à expliciter les conditions aux limites sur les $N - 1$ autres éléments. Au total, en arrangeant les sommations, on aurait un ensemble de N systèmes composés chacun d'une infinité d'équations à une infinité d'inconnues. Heureusement, lorsque le réseau possède certaines régularités, le nombre des systèmes s'abaisse, parfois jusqu'à un seul. D'autre part la convergence fera que souvent les coefficients d'ordres élevés ne pourront être négligés dès l'ordre 6, 8 ou 10. Ce sera cas notamment pour la grille infinie de cylindres circulaires et la grille infinie de bandes plates.

Les calculs ont été achevés pour ces deux derniers types de réseaux, frappés par une onde plane sous incidence normale. Ils ont été traduits en tableaux numériques dans le cas spécialement intéressant où diamètre et espacement des cylindres élémentaires sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde. Des vérifications expérimentales ont été effectuées récemment à l'aide d'un tube d'impédance spécialement conçu à cet effet. D'autres extensions ont été envisagées : un ensemble de plusieurs grilles de cylindres parallèles (la « forêt de colonnes ») et un réseau tridimensionnel de sphères (« milieu réfringent artificiel » pour les ondes sonores). D'autres généralisations intéressantes sont possibles à



échéance plus lointaine : des réseaux finis d'objets non identiques, voire des réseaux à espacements irréguliers (par ex. « banc de poissons »).

Un autre chercheur de notre groupe, M. Guy Extremet, poursuit des expériences et des calculs numériques sur la répartition du champ sonore dans une enceinte en forme d'ellipsoïde de révolution allongé, à paroi en matériau dur et bien lisse.

La théorie ramène le problème à la résolution d'une équation intégrale de seconde espèce. Pour le calcul numérique, on peut ramener cette équation à un système de N équations à N inconnues, par découpage de la paroi en morceaux élémentaires. Une question intéressante était de savoir combien de morceaux seraient nécessaires pour avoir une approximation suffisante. Après divers perfectionnements du détail des calculs, on a pu obtenir des résultats numériques très satisfaisants, même avec des découpages relativement grossiers. La simplification du découpage était poussée systématiquement jusqu'au point où les résultats devenaient discordants, et nous pensons avoir tiré actuellement le meilleur parti possible de la petite machine (*) dont dispose le Centre de Recherches physiques. Après avoir opéré avec le sphéroïde nu, nous l'avons meublé d'objets diffringents et nous envisageons également des troncatures. Au début nous pensions que la théorie des fonctions sphéroïdales et les tables numériques de ces fonctions nous permettraient un contrôle de nos résultats expérimentaux et numériques. Cela n'a pas été possible à cause de lacunes trop importantes dans les tables et de la lenteur de convergence des séries qui servent à représenter ces fonctions.

M. Paul Filippi, attaché de recherche comme les précédents, vient de terminer une thèse sur un des aspects du problème inverse de la diffraction (« inverse scattering »). Ils'agit, dans le cas général, de remonter du champ diffracté supposé connu à l'objet diffringent capable de produire ce champ. S'inspirant du problème pratique du traitement acoustique des auditoriums, P. Filippi se propose de déterminer les propriétés de la paroi d'une enceinte de manière à ce que le champ diffracté par cette paroi suive une loi donnée à l'avance en certains points intérieurs. Ce problème peut se ramener mathématiquement à l'étude d'une équation intégrale de Fredholm de première espèce, autrement dit d'une transformation intégrale d'un type très général. L'intégration numérique de cette équation a soulevé plusieurs questions intéressantes. On a observé notamment qu'il était avantageux de remplacer l'équation intégrale non pas par un système carré de N équations à N inconnues, mais par un système surdéterminé de $N + P$ équations à N inconnues. Cela se fait par un processus de minimisation, avec l'aide d'une norme qu'il convient de choisir le plus judicieusement possible.

Par analogie avec le problème de la reconnaissance

des formes, on pourrait présenter le problème étudié par P. Filippi comme un problème de « reconnaissance des matériaux ». On peut en effet considérer l'impédance acoustique locale de la paroi comme l'inconnue principale, qui définit en somme la nature des matériaux dont la paroi devra être faite pour qu'il règne dans l'enceinte de champ prévu. En fait il n'y aura de choix qu'entre un assez petit nombre de matériaux possibles, dont la répartition « au mieux » sur la paroi devra minimiser l'écart entre le champ souhaité et le champ réalisable.

M. François Santon, stagiaire de recherche, étudie l'intelligibilité de la parole (ou de tout autre message acoustique) en présence d'une réverbération. Ce problème se pose surtout en Acoustique des salles, mais il n'est pas sans analogie avec certains problèmes de télécommunications par ondes hertziennes ou par sonar.

Enfin, en ce qui concerne nos recherches personnelles, nous en citerons trois exemples, portant sur les théorèmes fondamentaux qui sont à la base de la théorie des ondes.

1) Formulation nouvelle du principe de Huygens pour le champ acoustique. Il est possible de remplacer la formule de Kirchhoff, d'un maniement délicat, par des formules d'une structure plus simple, donnant directement la pression acoustique, la vitesse vibratoire ou des grandeurs physiques équivalentes. Ces formules s'appliquent non seulement aux problèmes de valeurs aux limites, mais également aux problèmes de valeurs initiales.

2) Mise en évidence d'un principe général de perturbation, dont divers cas particuliers avaient été traités séparément jusqu'ici. Ce théorème englobe à la fois le principe de Huygens, les lois de propagation des fronts de discontinuité (chocs), la formulation fonctionnelle des problèmes de diffraction et plusieurs autres applications.

3) Théorie des « absorbeurs actifs » ou « sources antagonistes », émetteurs acoustiques susceptibles de neutraliser par interférence dans tout un volume le champ d'une source primaire gênante. La possibilité théorique ne fait aucun doute car elle peut se déduire d'un cas particulier du théorème général de Huygens. Mais en même temps la théorie explique les difficultés de réalisation qui ont jusqu'à présent arrêté le développement de tels absorbeurs.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] DUMERY (G.). Sur la diffraction des ondes sonores par des grilles ou des réseaux d'obstacles. *Acustica*, Dstch, (1967), **18**, pp. 334-341.
- [2] DUMERY (G.). Contribution à la théorie des réseaux d'objets diffringents, *Thèse de doctorat ès sciences physiques*, *Marseille*, (2 juin 1967).
- [3] FILIPPI (P.). Étude d'un problème d'inversion de la diffraction d'une onde scalaire. *Acustica*, Dstch, (1968), **19**, pp. 61-71.
- [4] FILIPPI (P.). Sur un problème inversé de la diffraction d'une onde scalaire, *Thèse de doctorat ès sciences physiques*, *Marseille*, (15 janvier 1968).

(*) C.A.B. 500.