

LES DEUX PEUPEMENTS DE LIOCOURT

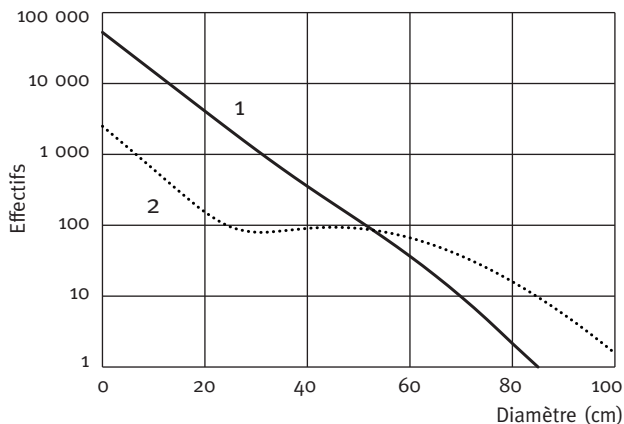
ROBERT B. CHEVROU

Nous nous proposons de montrer comment faire la différence entre une distribution simple et une autre complexe grâce à la loi tronquée (Chevrou, 1990).

L'étrangeté de la distribution des données provient parfois d'un mélange sur la même surface de plusieurs groupes d'arbres de même essence qui ont une origine distincte.

La figure 1 montre une distribution typique de Liocourt (1) et une autre toute différente (2).

FIGURE 1 UNE DISTRIBUTION TYPIQUE DE LIOCOURT (1) ET UNE AUTRE DIFFÉRENTE (2)



Sur la figure 1, chaque courbe montre les sommes des effectifs par catégorie de diamètre de groupes d'arbres (jeunes et vieux) mélangés sur une même surface formant deux peuplements (1 et 2). Ces groupes d'arbres sont construits à l'aide des paramètres de la loi tronquée dans le tableau I (p. 174). La signification des paramètres est donnée dans le paragraphe "La loi tronquée" (p. 176).

Ces groupes ont des âges maximaux différents. On peut supposer qu'un accident a ouvert le vieux peuplement 65 et 35 ans plus tôt et provoqué une régénération progressive dans les trouées et sous le couvert du vieux peuplement.

Nous examinons dans ce qui suit le cas des données de Liocourt de 1898 (Liocourt, 1898).

TABLEAU I Paramètres de la loi tronquée des deux groupes d'arbres

Peuplements 1 et 2	M	α	β	c ans	Âge maximum
Groupe Jeunes 1	111 111	0,9	5	13	65 ans
Groupe Vieux 1	- 75	- 0,4	8	19,7	158 ans
Groupe Jeunes 2	5 000	1	3,5	10	35 ans
Groupe Vieux 2	- 0,357	- 0,7	11	15	165 ans

UTILISATION DES DONNÉES DE LIOCOURT DE 1898 ET DE LA LOI TRONQUÉE

Les données

L'analyse est illustrée avec les données publiées par Liocourt en 1898 (Liocourt, 1898). Ces données concernent le Sapin (*Abies alba* Mill.) et l'Épicéa (*Picea abies* L.) des Vosges.

Formulaire

Volume moyen ajusté :

$$v = 10,5 d^{2,16} \quad (v \text{ en m}^3 \text{ et } d \text{ en mètres, } R^2 = 0,999) \quad (1)$$

Fonction dérivée du volume moyen :

$$\Delta v = 22,68 d^{1,16} \Delta d \quad (2)$$

Accroissement diamétral moyen Δd d'après la formule (2) :

$$\Delta d = \Delta v / 22,68 d^{1,16} \quad (\Delta v \text{ en m}^3/\text{an} \text{ et } \Delta d \text{ en mètres/an}) \quad (2')$$

N_i est l'effectif dans la catégorie de diamètre $d_i = iu$:

$$N_0 = \alpha M (1 - e^{-(1+\alpha)\beta}) / (1+\alpha) \quad (3)$$

$$N_i = (N_{i-1} - \alpha M e^{-(1+\alpha)\beta} \beta^i / i!) / (1+\alpha) \quad \text{pour } i > 0 \quad (4)$$

Âge moyen a_i des arbres de la catégorie de diamètre $d_i = iu$:

$$a_i = c(i+1)N_{i+1} / N_i = d_{i+1} / \Delta d_{i+1} \leq \beta c \quad \text{en années avec } d_{i+1} = (i+1)u \quad (5)$$

Accroissement diamétral moyen Δd_i de la catégorie de diamètre $d_i = iu$:

$$\Delta d_i = u N_{i-1} / c N_i \quad \Delta d_i \text{ et } u \text{ dans la même unité et } c \text{ en années} \quad (6)$$

Paramètre c calculé d'après la formule (6) pour chaque catégorie de diamètre $d_i = iu$:

$$c_i = f(\Delta d_i) = (u N_{i-1}) / (N_i \Delta d_i) \quad \text{en années} \quad (7)$$

Liocourt a regroupé sept peuplements aménagés en futaie jardinée, couvrant une surface totale d'environ 200 hectares, en un seul peuplement tout en réduisant l'effectif total à 10 000 arbres. La surface théorique correspondante est de 29,82 ha.

Il a donné ses résultats dans plusieurs tableaux avec diverses unités. Le tableau II ci-dessous présente quelques-uns d'entre eux.

Les effectifs sont dans la 2^e colonne et le volume moyen par arbre dans la 3^e. L'accroissement annuel moyen en volume est donné sous la forme de l'accroissement par mètre cube de bois (y : 4^e colonne). En multipliant cette valeur par le volume arbre (x : 3^e colonne), on obtient l'accroissement moyen en volume par arbre Δv (xy : 5^e colonne). L'accroissement diamétral moyen Δd (6^e colonne) est calculé à partir du volume moyen ajusté (formule 1) et sa fonction dérivée (formule 2'). Toutes les formules utilisées sont placées dans l'encadré, p. 174).

Les contenus des colonnes 7 et 8 sont basés sur la loi tronquée comme expliqué au paragraphe ci-après (p. 176).

TABLEAU II **Données de Liocourt (1898) et estimations**
(* : données originales de Liocourt)

Diamètre (cm)	Effectifs observés*	Volume observé arbre* = x (m ³)	Accroissement en volume par m ³ * = y (m ³)	Accroissement en volume par arbre = $\Delta v = xy$ (m ³)	Δd calculé (mm)	Loi tronquée	
						Effectifs (N _i)	c (années)
20	2 597	0,3	0,06	0,018	5,13	2 518	12,1
25	1 881	0,5	0,04	0,02	4,4	2 010	14,2
30	1 577	0,8	0,03	0,024	4,28	1 579	14,9
35	1 200	1,1	0,02	0,022	3,28	1 210	19,9
40	1 014	1,5	0,018	0,027	3,45	899	19,5
45	619	1,9	0,016	0,0304	3,38	643	20,6
50	445	2,4	0,016	0,0384	3,78	441	19,3
55	250	2,9	0,015	0,0435	3,84	289	19,9
60	185	3,6	0,014	0,0504	4,02	180	20
65	105	4,2	0,014	0,0587	4,27	107	19,8
70	65	5	0,014	0,07	4,67	60	19
75	28	5,81	0,013	0,0755	4,65	32	20
80	20	6,71	0,013	0,0873	4,99	17	19,6
85	8	7,58	0,012	0,091	4,84	8	21,1
90	5	8,57	0,012	0,1029	5,13	4	20,9
95	1	9,5	0,011	0,1045	4,89	2	22,9
100	1	10,5	0,011	0,1155	5,09	1	22,9
20 à 100 cm	10 000					10 000	

La loi tronquée

La loi tronquée est une distribution théorique qui s'ajuste aussi bien aux peuplements réguliers qu'aux peuplements irréguliers. Elle est le lien manquant entre ces deux catégories de peuplements aménagés.

La loi tronquée (Chevrou, 1990) a quatre paramètres α , β , M et c :

- c est une durée liée aux accroissements diamétraux et aux âges par catégorie de diamètre ;
- α (si $\alpha > 0$) est un nombre lié au taux d'éclaircie annuel $(1 - e^{-\alpha/c}) \cong \alpha/c$;
- β est un nombre lié à l'âge maximum des arbres (âge d'exploitabilité ou de sénescence) estimé par βc ; βu est le diamètre moyen des arbres âgés de βc années.
- M est un nombre (tel que $\alpha M > 0$) lié à la densité du peuplement, avec $\alpha M/c$ proportionnel à la production.

Les trois paramètres M , α et β sont estimés à partir des données : effectif total, diamètre moyen et surface terrière ensemble pour que la distribution théorique soit égale à celle observée. Ils peuvent l'être aussi à partir des effectifs seulement, ou des surfaces terrières, par catégorie de diamètre, en utilisant la méthode des moindres carrés des écarts. Le 4^e paramètre c est estimé à partir de l'accroissement en surface terrière ou des accroissements diamétraux.

N_i est l'effectif dans la catégorie de diamètre $d_i = iu$ (i est un entier de 0 à ∞) : formules 3 et 4 de l'encadré (ici $u = 5$ cm) (p. 174).

Dans le tableau III (ci-dessous), la valeur estimée du paramètre c rend égales les sommes des accroissements en surface terrière observés et théoriques pour les diamètres de 20 à 100 cm.

L'âge moyen a_i des arbres de la catégorie $d_i = iu$ est calculé par la formule (5) de la loi tronquée.

TABLEAU III Estimations des paramètres de la loi tronquée

Paramètres et valeurs	Données observées	Loi tronquée
M	---	31 124
α	---	0,232
β	---	9,397
N (20 à 100 cm)	10 000	10 000
d moyen cm (20 cm à 100 cm)	32,016	32,016
Surface terrière m ² /ha (20 à 100 cm)	30,7585	30,7585
Accroissement surface terrière m ² /ha/an (20 à 100 cm)	0,6868	0,6868
c en années	---	16,59
Âge maximum = βc en années	---	156
Âge moyen pondéré en années (20 à 100 cm)		90

Les effectifs N_i calculés avec ces paramètres ($R^2 = 0,996$) sont arrondis dans la colonne 7 du tableau II (p. 175).

La loi tronquée estime les accroissements diamétraux moyens Δd_i de la catégorie de diamètre $d_i = iu$ à l'aide de la formule (6).

L'ajustement de ces accroissements diamétraux Δd aux données est inhabituellement médiocre : l'estimation moyenne de Δd est 17 % plus petite que les données pour les diamètres 20 à 30, et 23 % plus grande pour les autres diamètres.

Le paramètre c peut aussi être calculé pour chaque catégorie de diamètre en utilisant la formule (7) de la loi tronquée où Δd_i est alors la valeur observée (colonne 6 du tableau II, p. 175).

Ces valeurs de c sont dans la colonne 8 du tableau II (p. 175). Elles montrent une grande différence entre les trois premières valeurs et les autres, suggérant l'existence de deux groupes d'arbres : de petits arbres à croissance rapide et les gros (voir aussi Chevrou, 2013). De plus, l'âge maximum des arbres dans le tableau III (156 ans) semble être trop petit, car Liocourt écrit qu'il y a beaucoup trop d'arbres plus âgés que l'âge d'exploitabilité (150 ans). Notons par exemple que les âges moyens calculés par le rapport $d/\Delta d$ (formule 5) pour les plus grands diamètres sont de 194 et 196 ans.

Les forêts des Vosges étaient faciles d'accès et d'exploitation. On peut supposer que les désordres publics et les crises financières de l'État durant et après la Révolution, soit une centaine d'années avant la date de recueil des données de Liocourt, ont conduit à une surexploitation des gros arbres dans ces forêts et provoqué une régénération dynamique conduisant à deux groupes d'arbres d'origine différente mêlés sur la même surface.

Ces deux groupes d'arbres sont reconstruits par un calcul d'approximations successives dans le paragraphe suivant en utilisant les formules de la loi tronquée.

RECONSTRUCTION DU PEUPEMENT DE LIOCOURT

Il y a huit paramètres inconnus : quatre, c'est-à-dire c , α , β et M , pour le groupe Jeunes formé d'arbres plus jeunes que ceux du peuplement dans son ensemble, particulièrement ceux de moins de 20 cm ; quatre pour le groupe Vieux formé d'arbres plus vieux que ceux du peuplement, les plus gros.

Il y a quatre valeurs observées connues : l'effectif total, le diamètre moyen, la surface terrière totale et l'accroissement total de la surface terrière pour les diamètres de 20 à 100 cm.

TABLEAU IV Estimations des paramètres de la loi tronquée des deux groupes d'arbres

Paramètres et valeurs	Jeunes	Vieux	Total
M	25 753	- 299 431	
α	0,744	- 0,0048	
β	8,8	8,87	
N (20 à 100 cm)	2 747	7 253	10 000
d moyen cm (20 cm à 100 cm)	26,4	34,15	32,016
Surface terrière m ² /ha (20 à 100 cm)	5,5331	25,2253	30,7584
Accroissement surface terrière m ² /ha/an (20 à 100 cm)	0,3218	0,3649	0,6867
c en années	10,45	22,55	
Âge maximum = βc en années	92	200	
Âge moyen pondéré en années (20 à 100 cm)	37	137	109

Deux conditions, moins strictes, sont ajoutées qui lient les paramètres β et c : l'âge maximum βc des Jeunes doit être voisin de 100 ans ; l'âge maximum βc des Vieux doit être voisin de 200 ans.

On recherche aussi le meilleur ajustement des accroissements diamétraux par catégorie de diamètre aux observations en modifiant les deux paramètres c par la méthode des moindres carrés des écarts. Cela ajoute deux conditions supplémentaires.

Cela permet de rendre le nombre des équations égal au nombre des variables inconnues.

Le résultat retenu fait l'objet du tableau IV (p. 177), et des figures 2 et 3 (ci-dessous).

La figure 2 illustre les effectifs des groupes Jeunes et Vieux ainsi que l'ajustement de leur total aux données.

FIGURE 2 EFFECTIFS PAR CATÉGORIE DE DIAMÈTRE

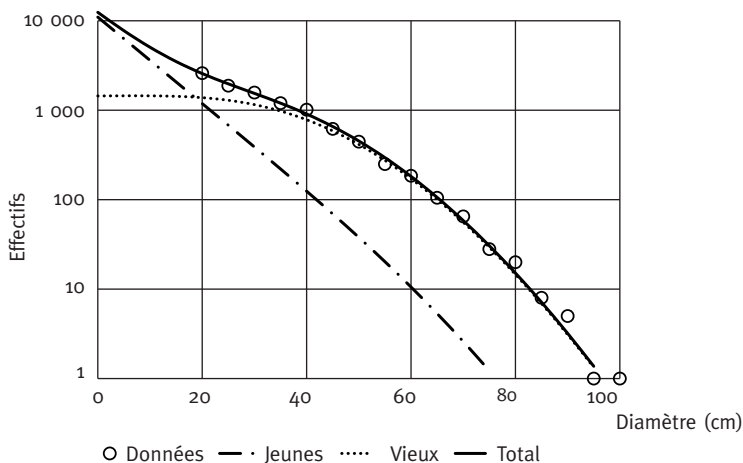
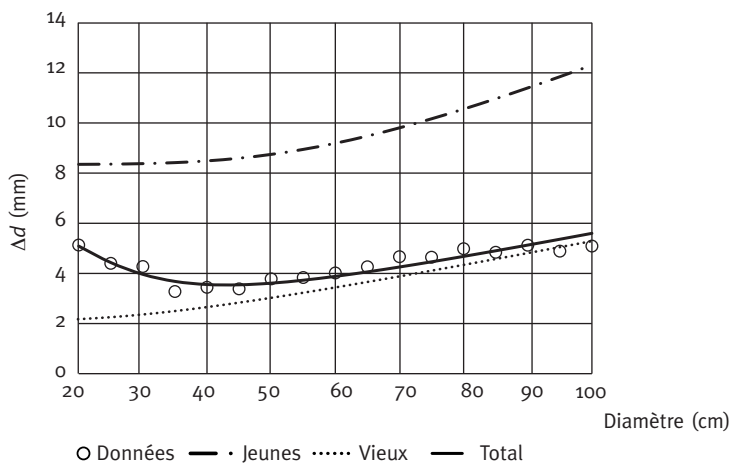


FIGURE 3 ACCROISSEMENTS DIAMÉTRAUX Δd PAR CATÉGORIE DE DIAMÈTRE



La figure 3 (p. 178) illustre les accroissements diamétraux des groupes Jeunes et Vieux ainsi que l'ajustement aux données des moyennes, pondérées par les effectifs, des accroissements diamétraux des deux groupes (Total).

Les effectifs estimés s'ajustent aux données un petit peu mieux que l'ajustement global du paragraphe « la loi tronquée », avec R^2 très grand (0,997 face à 0,996) parce que les données sont décroissantes et relativement lissées. Tout au contraire, l'ajustement des accroissements diamétraux estimés aux données est très bon ($R^2 = 0,82$), quoique R^2 soit moins grand parce que les données sont relativement chaotiques.

CONCLUSIONS

Quand les effectifs observés et les accroissements diamétraux par catégorie de diamètre semblent étranges, il est possible de construire plusieurs groupes d'arbres tels que la somme de leurs distributions s'ajuste aux données.

Il est nécessaire de travailler logiquement. Dans l'exemple ci-dessus des données de Liocourt, plusieurs indices éclairent la réalité de l'existence de deux groupes d'arbres : l'âge maximum des arbres estimé globalement avec la loi tronquée (156 ans) semble trop petit en comparaison du grand nombre d'arbres beaucoup plus vieux selon Liocourt lui-même ; les accroissements diamétraux estimés globalement s'ajustent très mal aux données ; la Révolution et les régimes suivants ont probablement conduit à une surexploitation des gros arbres dans ces forêts et à une régénération à cette époque.

Grâce au paramètre c de la loi tronquée, lié à la production, à l'âge maximum des arbres et aux accroissements diamétraux par catégorie de diamètre, l'existence de deux groupes d'arbres d'origines différentes paraît claire. De plus, ce paramètre c permet de reconstruire ces deux groupes facilement et de manière logique.

Les distributions théoriques habituelles n'ont pas de paramètre similaire au paramètre c de la loi tronquée. S'il est possible de reconstruire plusieurs groupes d'arbres pour les ajuster aux données, ce n'est ni facile, ni aussi cohérent.

L'utilisation des formules de la loi tronquée avec ces distributions théoriques habituelles pour estimer les accroissements diamétraux et les âges par catégorie de diamètre peut convenir assez bien dans les limites des diamètres observés. Mais ces distributions donnent des âges qui tendent soit vers zéro soit vers l'infini quand le diamètre tend vers l'infini selon la distribution concernée, si bien que l'âge maximum a un sens limité avec ces distributions théoriques habituelles.

Robert B. CHEVROU
13 rue Clair Soleil
F-34430 SAINT-JEAN-DE-VEDAS
(bernard.chevrou@orange.fr)

BIBLIOGRAPHIE

- CHEVROU (R.B.). — Liocourt law and the truncated law. — *Canadian Journal of Forest Research*, vol. 20, 1990, pp. 1933-1946.
- CHEVROU (R.B.). — La Loi tronquée appliquée aux données de Liocourt. — *Revue forestière française*, vol. LXV, n° 6, 2013, pp. 573-578.
- LIOCOURT (F. de). — De l'aménagement des sapinières. — *Bulletin trimestriel, Société forestière de Franche-Comté et Belfort*, n° 4, juillet 1898, pp. 396-409.

LES DEUX PEULEMENTS DE LIOCOURT (Résumé)

L'article montre comment reconstruire les deux groupes d'arbres d'âges différents qui sont supposés être mélangés dans les données de Liocourt de 1898. Il utilise non seulement les effectifs mais aussi les accroissements diamétraux par catégorie de diamètre pour ajuster aux données deux lois tronquées simultanément.

THE TWO LIOCOURT STANDS (Abstract)

This paper shows how to rebuild the 2 sets of trees of different maximum ages assumed to be mixed in the Liocourt data of 1898. It uses not only the numbers of trees but also the diameter increments by diameter class to fit 2 truncated law distributions together to the data.
