

Approche mesoscopique couplée pour le calcul de diffusivité dans un milieu fissuré

N. BENKEMOUN, M.N. HAMMOOD, O. AMIRI

LUNAM, GeM, CNRS UMR 6183, Université de Nantes, IUT de Saint-Nazaire
58 rue Michel Ange, 44600 Saint-Nazaire, FRANCE
nathan.benkemoun@univ-nantes.fr

Résumé :

L'objectif de ce papier est de proposer un modèle numérique sur le couplage entre le transfert d'ions chlorures et la fissuration mécanique du béton. Pour la partie diffusion, nous avons considéré comme première étape la deuxième loi de Fick dont l'homogénéisation spatiale ([21]) a permis d'obtenir un tenseur de diffusion macroscopique. Le couplage avec la fissuration a été réalisé moyennant des mesures de coefficient diffusion sur des éprouvettes de béton ayant subi un essai fendage ([8]). Les résultats numériques obtenus ont montré une anisotropie au niveau de la diffusivité. En effet les composantes de la diagonale du tenseur évoluent différemment avec l'ouverture de fissure.

Abstract :

The objective of this paper is to propose a numerical model capable of coupling the transfer of chloride ions and cracking into concrete. This coupling is achieved at the mesoscale by means of the experimental results of Djerbi et al. ([8]). Then an upscaling process based on the work of Pouya et al. ([21]) is used to provide a macroscale diffusivity (mean diffusivity tensor). The numerical results show an induced-anisotropy of the mean diffusivity tensor. Indeed, the diagonal components of this tensor increase differently with respect to the crack opening value.

Mots clés : Tenseur de diffusivité moyen, Modèle à discontinuité forte, Transfert par diffusion, Matériaux hétérogènes quasi-fragiles

1 Introduction

Dans le domaine du Génie Civil, mettre en place une méthodologie de développement durable intégrant la pérennité des constructions ou infrastructures est aujourd'hui primordial. Cette pérennité passe par (1) une meilleure compréhension du comportement à long terme des matériaux cimentaires sous divers sollicitations environnementales agressives et (2) par l'évaluation des mécanismes de dégradation alors associés (vieillessement, perte de capacité portante et risque de rupture).

Dans le cadre des infrastructures du Génie Civil en béton armé, des agents agressifs provenant, d'un milieu extérieur tels que l'eau de mer et les embruns marins et/ou les sels de déverglaçage, ou des matériaux entrant eux-mêmes dans la composition d'un béton (sable ou certains adjuvants), sont susceptibles

de pénétrer dans le matériau cimentaire. Les ions chlorures sont les agents les plus critiques vis-à-vis de la corrosion des aciers dans le béton armé. En pénétrant peu à peu dans la couche d'enrobage, ils peuvent atteindre les armatures, détruire la couche passive qui les protège et corroder les armatures ([16]) affectant ainsi la durabilité de l'infrastructure par perte de ses performances mécaniques.

La modélisation des différents mécanismes de transport (diffusion, migration, convection) des ions chlorures ainsi que le comportement de ces ions (interactions ou pas avec les autres ions) dans un matériau cimentaire (saturé ou insaturé) a fait l'objet de nombreux travaux. Cependant cette modélisation du transport des ions chlorures n'est réaliste que si elle intègre le mécanisme de dégradation principal des structures en béton en service, à savoir la fissuration. En effet cette dernière est responsable, tout comme les pores du matériau, d'une pénétration des ions chlorures mais cette pénétration devient privilégiée ([8]) et provoque un vieillissement accéléré de l'infrastructure concernée dès lors que la fissuration localisée (présence d'une macrofissure par exemple) prend le pas sur la fissuration diffuse ([9]).

En étudiant avec attention la littérature de ces dernières années, on constate que de nombreux travaux traitant de la simulation numérique du couplage entre les phénomènes de transfert par diffusion des ions chlorures et les mécanismes de fissuration sont apparus. Dans un premier temps, concernant la mise en œuvre de ce couplage, les auteurs relient en général un coefficient de diffusion équivalent avec un paramètre d'ouverture de fissures (à noter que dans Gérard et al. ([10]), ce sont les paramètres de densité de fissures et d'ouverture de fissure moyenne qui sont utilisés). Ce lien entre le coefficient de diffusion équivalent et le paramètre d'ouverture de fissure est obtenu à partir de modèles identifiés avec des résultats expérimentaux. Dans Jang et al. ([13]) et Djerbi et al. ([8]), un modèle en parallèle (analogie avec l'électricité) est utilisé. Il est identifié sur des résultats expérimentaux provenant d'essais de migration en régime permanent sur des éprouvettes fissurées suite à un essai brésilien. Les deux équipes de recherche proposent alors une évolution linéaire entre l'ouverture de fissure et le coefficient de diffusion équivalent et ceci à partir d'une ouverture de fissure de 80 μm pour Jang et al. ([13]) et de 30 μm pour Djerbi et al. ([8]). À noter que dans les derniers travaux, au-delà de 80 μm d'ouverture de fissure, le coefficient de diffusion équivalent obtenu est égal à celui dans l'eau ($10^{-9} \text{m}^2/\text{s}$). Dans Şahmaran ([7]), l'auteur propose un coefficient de diffusion équivalent évoluant avec l'ouverture de fissure au carré. Ses résultats proviennent d'essais de flexion 4 points avec contrôle du niveau de fissuration puis exposition d'une face des éprouvettes fissurées à une solution contenant des ions chlorures. Par ailleurs, l'auteur montre que pour une largeur d'ouverture de fissure de 135 μm , le coefficient de diffusion équivalent évolue rapidement. Concernant maintenant les simulations numériques de ce couplage, plusieurs travaux sont particulièrement pertinents. Dans Jin et al. ([14]), les auteurs utilisent le coefficient de diffusion équivalent obtenu par Djerbi et al. ([8]) dans leur modèle numérique Élément Fini. Leurs résultats numériques sont comparés aux travaux expérimentaux de Ismail et al. ([12]). Il est important de noter que lors de ces simulations des fissures artificielles sont considérées (il n'y a pas de calculs mécaniques réalisés). Wang et Ueda ([29]) considèrent quant'à eux un modèle numérique de type lattice (voir Grassl ([11]) pour les détails). Premièrement, à partir de la méthode des moindres carrés, ils identifient avec les résultats expérimentaux de Ismail un coefficient de diffusion équivalent. Ensuite ils considèrent toujours un modèle de type lattice mais cette fois-ci à l'échelle mésoscopique avec trois phases (ITZ, inclusions et mortier) dans le but de quantifier l'influence de l'ITZ et des inclusions sur la profondeur de pénétration des ions chlorures. Cela est réalisé en comparant leurs résultats de simulation numérique avec les résultats expérimentaux de Rodriguez et al. ([23]). Ici encore, seules des fissures artificielles sont considérées. Dans Šavija et al. ([6], [5]), les auteurs présentent un cou-

plage numérique faible entre deux modèles: le “Delft lattice” modèle (voir [24] pour les détails) et le “transport lattice” modèle (voir [6]) pour respectivement les simulations mécaniques et de transport par diffusion. Contrairement aux précédents travaux, des simulations numériques conduisant à des fissures “réelles” sont réalisées. Dans Šavija et al. ([5]), en se basant sur les résultats numériques de Yoon et al. ([30]), les auteurs, après avoir fissuré leur éprouvette par simulation numérique d’un essai de fendage, imposent une concentration en ions chlorures uniquement sur les éléments dont l’ouverture de fissure est supérieure à $12 \mu\text{m}$ (équivalent à des conditions aux limites de type Dirichlet). Dans Šavija, les auteurs jaugent les performances de leur modèle numérique avec les résultats de Şahmaran ([7]) et Ismail et al. ([12]) dans le cadre de mortiers fissurés. Ils utilisent comme coefficient de diffusion équivalent celui de Djerbi et al. ([8]).

Il apparaît cependant au regard de la littérature présentée précédemment qu’aucun des modèles numériques n’est capable de fournir des informations macroscopiques dépendant du niveau de fissuration et de l’hétérogénéité du matériau béton. Dans le cadre du Génie Civil, ces informations sont cruciales par rapport à la durabilité des infrastructures. C’est pourquoi, dans ce travail, nous proposons une méthode reposant sur un processus d’homogénéisation dont le but est de fournir une diffusivité macroscopique (tenseur de diffusion moyen) prenant en compte le caractère hétérogène du béton et intégrant le niveau d’ouverture de fissure et le chemin de fissuration. Dans ce cas, des points clés du processus de fissuration comme l’évolution d’une fissuration répartie dans l’éprouvette vers une fissuration localisée (macro-fissure(s)), comme la tortuosité de la fissure et l’anisotropie de la fissuration sont intégrés naturellement dans la diffusivité macroscopique. A la connaissance des auteurs, seuls les travaux de Nilenius et al. ([18]) sont capables de fournir de tels renseignements macroscopiques.

Ce papier s’articule de la façon suivante : dans un premier temps, le modèle mécanique utilisé pour réaliser les calculs mécaniques est brièvement présenté. Les points clés sont mis en avant. Dans un deuxième temps, le couplage entre le transfert par diffusion et la fissuration mécanique est présenté. Il repose sur les travaux expérimentaux de Djerbi et al. ([8]). Ensuite la méthode d’homogénéisation permettant de calculer un tenseur de diffusivité macroscopique est détaillée. Enfin un exemple permettant d’illustrer la méthode est présenté.

2 Modèle mécanique : méthode des éléments finis enrichis

Dans cette partie, un bref rappel du modèle mécanique utilisé pour la modélisation de matériaux hétérogènes quasi-fragiles est présenté. Pour plus de détails, voir [3] et [4].

2.1 Approche numérique à l’échelle mesoscopique pour les matériaux hétérogènes quasi-fragiles

Le modèle numérique proposé repose sur une représentation fine des phénomènes de fissuration pour les matériaux quasi-fragiles à matrice cimentaire. Dans ce sens, l’échelle pertinente retenue est l’échelle mesoscopique. L’échelle mesoscopique est ici de l’ordre du centimètre et le matériau peut être considéré comme bi-phasique (agrégats inclus dans un mortier, contenant lui même des inclusions de taille inférieure). Par ailleurs, de part la diversité des phénomènes de fissuration pour les matériaux quasi-fragiles comme le béton, il est nécessaire de mettre en place un modèle capable de représenter explicitement les fissures à l’interface agrégats/mortier et/ou dans n’importe quelles des deux phases (agrégats et mortier).

D'un point de vue numérique, le meso-modèle développé repose sur la méthode des Éléments Finis [31]. Nous avons choisi de travailler avec un treillis spatial dont la géométrie est obtenue par une triangulation de Delaunay.

Les hétérogénéités sont explicitement représentées par des inclusions sphériques. Le processus de maillage retenu pour tenir compte de ces inclusions est fondé sur un maillage non adapté aux interfaces ([2]), c'est-à-dire non contraint à suivre la position géométrique des interfaces ; certains éléments sont alors coupés en deux parties, chacune d'entre elles ayant des propriétés différentes. Une discontinuité faible (saut fini dans le champ de déformations, ([20] et [1])) est donc introduite dans chaque élément afin de prendre en compte cette cinématique particulière. Ceci conduit à un processus de maillage qui ne dépend pas de la position et de la forme des inclusions. Considérons un matériau bi-phasique (agrégats et mortier), trois types d'éléments apparaissent : ceux entièrement inclus dans le mortier (discontinuité faible non activée), ceux entièrement inclus dans les agrégats (discontinuité faible non activée) et ceux coupés en deux par l'interface agrégats/mortier pour lesquelles la discontinuité faible est activée.

La fissuration et le comportement adoucissant observés pour des matériaux quasi-fragiles comme le béton sont introduits au moyen de discontinuités fortes (saut fini dans le champ de déplacements, ([26] et [19])) au sein de chaque élément. Ces discontinuités représentent la micro-fissuration qui peut apparaître dans n'importe quelle phase (agrégats ou mortier) ainsi que le décohesion aux interfaces entre les deux phases.

2.2 Méthode de résolution du système EF

Parmi toutes les méthodes ([17], [28]) existantes pour introduire les deux discontinuités au sein de l'élément, la "EAS" méthode ([27]) a été choisie donnant alors un champ de déformation enrichie de la forme :

$$\epsilon = \mathbf{B}d + G_1^{\textcircled{1}/\textcircled{2}}[[\epsilon]] + G_2[[u]] \quad (1)$$

où \mathbf{B} est la matrice standard d'interpolation des déformations ($= \partial\mathbf{N}$) et $G_1^{\textcircled{1}/\textcircled{2}}$ et G_2 sont les fonctions d'enrichissement correspondant respectivement à la discontinuité faible et la discontinuité forte avec leurs paramètres associés $[[\epsilon]]$ et $[[u]]$.

Ce champ de déformation enrichie est ensuite introduit dans une formulation variationnelle à trois champs donnant alors le système EF à résoudre en termes de champ de déplacements d et des paramètres $[[\epsilon]]$ et $[[u]]$. Il est important de noter que la résolution du système élément fini se fait à deux niveaux : (1) le niveau local où les paramètres $[[\epsilon]]$ et $[[u]]$ sont obtenus par une "operator split" method ([25]) et (2) le niveau global où le champ de déplacements d est calculé après avoir condensé statiquement $[[\epsilon]]$ et $[[u]]$.

Remarque : Concernant la résolution du système, celle-ci fournie à la fin de chaque pas de temps, le paramètre élémentaire (pour chaque élément fini) $[[u]]$ qui n'est rien d'autre que la valeur de l'ouverture de fissure. Pour chaque pas de temps, la valeur des ouvertures de fissure pour chaque élément est donc une donnée de sortie du problème mécanique. Comme nous le verrons par la suite, elle sera réutilisée en donnant d'entrée du problème de transfert par diffusion conduisant alors à un couplage faible à l'échelle mesoscopique.

3 Modèle couplé de transfert des ions chlorures

3.1 Transfert par diffusion : Loi de Fick

Dans le cadre de ce travail, la loi de Fick a été retenue pour la modélisation du transfert par diffusion. Cette hypothèse donne ainsi le problème suivant à résoudre :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2)$$

où C est la concentration en ions chlorures et D le coefficient de diffusion. De façon classique, ce problème est résolu par la Méthode des Eléments Finis.

A ce niveau là aucun couplage n'est encore réalisé entre le problème mécanique présenté en partie 2 et ce problème de transfert par diffusion. Nous allons voir dans la prochaine partie comment ce couplage est réalisé.

3.2 Couplage transfert par diffusion/fissuration mécanique

En se référant à la littérature (voir introduction), il a été décidé dans ce travail de réaliser ce couplage par l'intermédiaire du coefficient de diffusion équivalent obtenu par Djerbi et al. ([8]). Nous aurons alors un coefficient de diffusion lié à l'ouverture de fissure de la façon suivante:

$$\begin{cases} D(m^2/s) = 1.8 \times 10^{-12} & w < 30 \mu m \\ D(m^2/s) = 2 \times 10^{-11} w - 4 \times 10^{-10} & 30 \mu m \leq w \leq 80 \mu m \\ D(m^2/s) = 14 \times 10^{-10} & w > 80 \mu m \end{cases}$$

où w n'est rien d'autre que l'ouverture de fissure calculée pendant la résolution du problème mécanique. De ce fait à chaque pas de temps du problème de diffusion, le coefficient de diffusion équivalent D va évoluer en fonction de la valeur de w pour chaque élément donnant ainsi lieu à un couplage faible à l'échelle mesoscopique.

Remarque : Les résultats obtenus par Djerbi et al. ([8]) proviennent d'un essai de migration en régime permanent sur des éprouvettes pre-fissurées par un essai brésilien. Comme première étape, nous prendrons en compte cette loi même si nous ne considérons pour le moment que le transfert par diffusion dans l'équation (2). On suppose que le coefficient de diffusion est intrinsèque au matériau. La prise en compte du transfert par migration est en cours de réalisation.

4 Méthode d'homogénéisation pour le calcul de diffusivité macroscopique

Soit un domaine Ω dans lequel nous définissons le gradient de concentration moyen \vec{G} et le flux moyen \vec{Q} par les relations suivantes :

$$\vec{G} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \vec{\nabla} c(\vec{x}) d\Omega, \quad (3)$$

$$\vec{Q} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \vec{q}(\vec{x}) d\Omega, \quad (4)$$

où V est le volume de Ω .

Afin de déterminer un tenseur de diffusion moyen, nous nous proposons de suivre la méthode développée par Pouya et al. ([21], [22]) pour les problèmes de transfert par perméation et appliquée dans le cadre de la méthode des Eléments Finis pour un béton fissuré par Jourdain et al. ([15]). Dans ce travail, la méthode est étendue aux problèmes de transfert par diffusion. Le gradient de concentration moyen \vec{G} et le flux moyen \vec{Q} sont calculés à partir des valeurs des concentrations et des flux sur la frontière $\partial\Omega$ du domaine Ω tels que :

$$\vec{G} = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} c(\vec{x}) \vec{n}(\vec{x}) dS, \quad (5)$$

$$\vec{Q} = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} (\vec{q} \cdot \vec{n}) \vec{x} dS, \quad (6)$$

où \vec{n} est le vecteur unitaire sortant de la surface S et dS est l'élément de surface de $\partial\Omega$.

Comme nous le verrons par la suite, la forme des équations (5) et (6) est bien adaptée aux simulations numériques et permet de calculer un tenseur de diffusivité moyen de façon efficace une fois les conditions aux limites appliquées. Ces deux équations représentent respectivement le gradient de concentration et le flux calculés à partir des valeurs de concentrations et de flux sur le contour pour n'importe quel milieu hétérogène (présence de fissures et/ou d'inclusions), n'importe quelle condition aux limites (Neumann ou Dirichlet par exemple) et n'importe quelle forme du domaine.

Dans ce travail, des conditions aux limites de type Dirichlet sont choisies. Nous considérons alors des conditions de pression linéaire au contour telles que :

$$c(\vec{x}) = \vec{A} \cdot \vec{x} + c_0, \quad \forall \vec{x} \in \partial\Omega, \quad (7)$$

où \vec{A} est un vecteur constant et c_0 un scalaire.

Sous ce type de conditions, Pouya et al. ([21]) ont montré dans le cadre des problèmes de transfert par perméation que (1) l'égalité $\vec{G} = \vec{A}$ est vérifiée et que (2) il existe un lien direct entre le gradient de concentration moyen \vec{G} et le flux moyen \vec{Q} tel que :

$$\vec{Q} = -\underline{\underline{\mathbf{K}}} \cdot \vec{G}, \quad (8)$$

où $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$ représente le tenseur de perméabilité moyen du domaine Ω . Dans notre cas $\underline{\underline{\mathbf{K}}}$ n'est rien d'autre que le tenseur de diffusivité moyen. Nous l'appellerons $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$.

En injectant l'égalité $\vec{G} = \vec{A}$ dans (8), nous obtenons finalement :

$$\vec{Q} = -\underline{\underline{\mathbf{D}}} \cdot \vec{A}. \quad (9)$$

L'équation (9) nous fournit ainsi une méthode efficace pour le calcul du tenseur de diffusivité moyen $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$. En effet, les neuf composantes du tenseur $\underline{\underline{\mathbf{D}}}$ sont obtenues en calculant \vec{Q} pour trois directions distinctes du vecteur \vec{A} présent dans (7). Ces trois directions sont illustrées en Fig. 4 pour un cube de $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$: Fig. 1 correspond à la direction X, Fig. 2 à la direction Y et Fig. 3 à la direction Z du domaine.

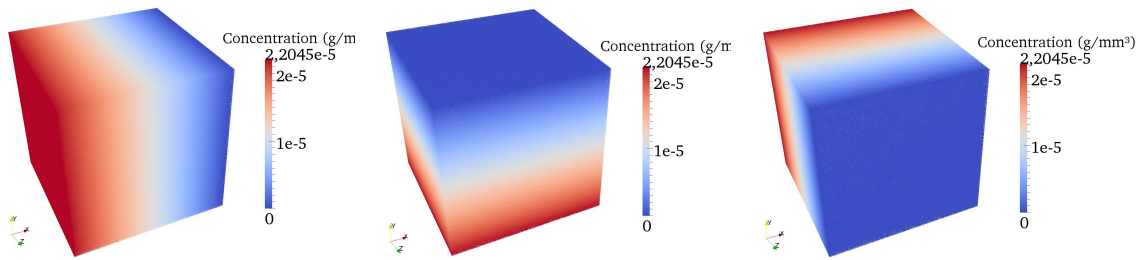
Figure 1: \vec{A} suivant XFigure 2: \vec{A} suivant YFigure 3: \vec{A} suivant Z

Figure 4: Conditions de pression linéaire au contour suivant X, Y et Z

5 Application : domaine cubique avec fissure artificielle

Dans cette partie, un exemple d'application permettant d'illustrer la méthode détaillée en partie 4 est présenté. Un domaine cubique de $100 \times 100 \times 100 \text{ mm}^3$ est fissuré artificiellement. La fissure se situe dans le plan $Y = 50 \text{ mm}$. Son ouverture varie de 0 à $200 \mu\text{m}$ avec un pas de $10 \mu\text{m}$. Ainsi pour chaque valeur d'ouverture de fissure, la méthode présentée en partie 4 est utilisée ; les neuf composantes du tenseur de diffusivité sont calculées.

Les résultats obtenus sont illustrés en Fig. (5). Sur la Fig. (5) sont représentées, en fonction de l'ouverture de fissure les composantes diagonales (\underline{D}_{xx} , \underline{D}_{yy} et \underline{D}_{zz}) du tenseur de diffusivité. L'anisotropie du tenseur de diffusivité est observable sur la Fig. (5). En effet les composantes diagonales de \underline{D} n'évoluent pas de la même manière. L'évolution des composantes suivant xx et zz est quasiment la même puisque le domaine étudié est homogène (pas d'inclusions) et que la fissure est positionnée dans le plan xz . En revanche la composante yy reste invariante par rapport à la valeur de l'ouverture de fissure. La valeur de cette composante correspond à celle que l'on aurait obtenue pour un matériau non fissuré homogène ($1.8 \times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$). Il est important de noter que la forme en Z des composantes xx et zz de la Fig. (5) est conditionnée par le couplage choisie à l'échelle mesoscopique en partie 3 de ce travail.

6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce papier, une méthode d'homogénéisation issue des travaux de Pouya et al. ([21]) permettant de calculer des informations macroscopiques comme un tenseur de diffusion moyen. Les résultats obtenus sur le cas simple d'un domaine fissuré artificiellement sont encourageants. L'anisotropie du problème est bien capturée à l'échelle macroscopique. Il reste maintenant à réaliser d'autres simulations numériques sur des éprouvettes dont la fissure est le résultat d'un chargement mécanique avec présence aussi d'inclusions. Par ailleurs concernant le modèle de diffusion, des développements sont actuellement en cours notamment pour intégrer les transferts par migration et la présence aussi d'isotherme non-linéaire. Enfin concernant le couplage transfert par diffusion/fissuration mécanique à l'échelle mesoscopique, des expressions analytiques reliant l'ouverture de fissure à un coefficient de diffusion équivalent sont aussi à l'étude. Ceci peut être intéressant comme alternative aux résultats expérimentaux utilisés dans pratiquement toutes les simulations numériques de la littérature.

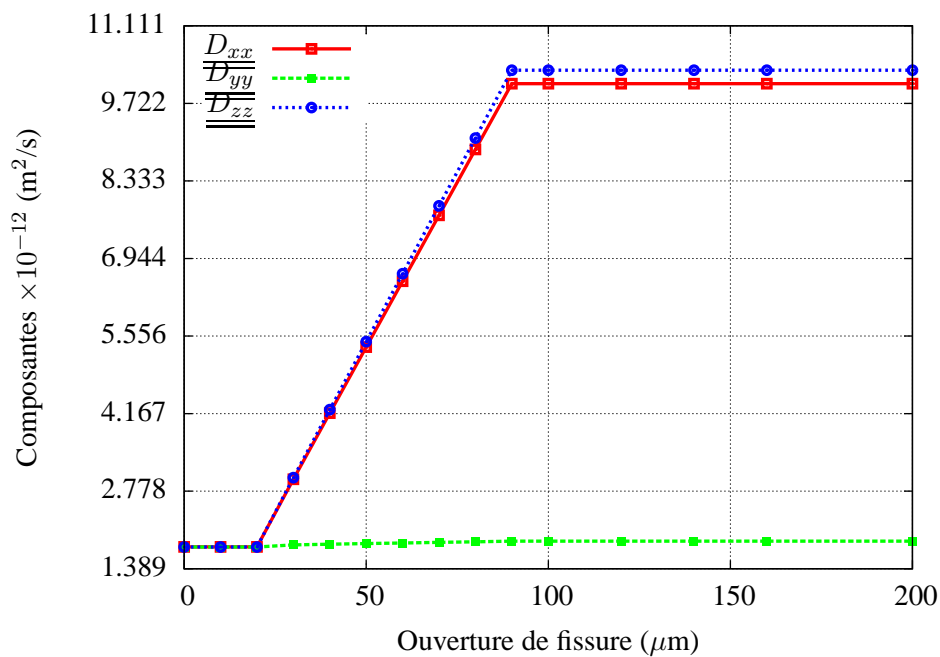


Figure 5: Evolution des composantes diagonales de $\underline{\underline{D}}$ en fonction de l'ouverture de fissure

References

- [1] T. Belytschko, J. Fish, and B. E. Engelmann. A finite element with embedded localization zones. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 70:59–89, 1988.
- [2] T. Belytschko, C. Parimi, N. Moës, N. Sukumar, and S. Usui. Structured extended finite element methods for solids defined by implicit surfaces. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56:609–635, 2003.
- [3] N. Benkemoun, M. Hautefeuille, and A. Colliat, J.-B. and Ibrahimbegovic. Modeling heterogeneous materials failure: 3D meso-scale models with embedded discontinuities. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 82:1671–1688, 2010.
- [4] N. Benkemoun, A. Ibrahimbegovic, and J.-B. Colliat. Anisotropic constitutive model of plasticity capable of accounting for details of meso-structure of two-phase composite material. *Computers and Structures*, 90(91):153–162, 2012.
- [5] B. Šavija, M. Luković, and E. Schlangen. Lattice modeling of rapid chloride migration in concrete. *Cement and Concrete Research*, 61–62(0):49–63, 2014.
- [6] B. Šavija, J. Pacheco, and E. Schlangen. Lattice modeling of chloride diffusion in sound and cracked concrete. *Cement and Concrete Composites*, 42(0):30 – 40, 2013.
- [7] M. Şahmaran. Effect of flexure induced transverse crack and self-healing on chloride diffusivity of reinforced mortar. *Journal of Materials Science*, 42(22):9131–9136, 2007.
- [8] A. Djerbi, S. Bonnet, and A. Khelidj. Influence of traversing crack on chloride diffusion into concrete. *Cement and Concrete Research*, 38 (6):877–883, 2008.

- [9] A. Djerbi-Tegguer, S. Bonnet, A. Khelidj, and V. Baroghel-Bouny. Effect of uniaxial compressive loading on gas permeability and chloride diffusion coefficient of concrete and their relationship. *Cement and Concrete Research*, 52:131–139, 2013.
- [10] B. Gérard and J. Marchand. Influence of cracking on the diffusion properties of cement-based materials: Part i: Influence of continuous cracks on the steady-state regime. *Cement and Concrete Research*, 30(1):37–43, 2000.
- [11] P. Grassl. A lattice approach to model flow in cracked concrete. *Cement and Concrete Composites*, 31(7):454–460, 2009.
- [12] M. Ismail, A. Toumi, R. François, and R. Gagné. Effect of crack opening on the local diffusion of chloride in cracked mortar samples. *Cement and Concrete Research*, 38(8 – 9):1106 – 1111, 2008.
- [13] S.Y. Jang, B.S. Kim, and B.H. Oh. Effect of crack width on chloride diffusion coefficients of concrete by steady-state migration tests. *Cement and Concrete Research*, 41(1):9–19, 2011.
- [14] W. L. Jin, Y. D. Yan, and H. L. Wang. *Chloride diffusion in the cracked concrete*. In : Oh, B.H., et al. (Eds), *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures-Assessment, Durability, Monitoring and Retrofitting of Concrete Structures*. Korea Concrete Institute, Seoul, p.880-886.
- [15] X. Jourdain, J.-B. Colliat, C. DeSa, F. Benboudjema, and F. Gatuingt. Upscaling permeability for fractured concrete: meso–macro numerical approach coupled to strong discontinuities. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(5):536–550, 2014.
- [16] P.K. Mehta and P. J. M. Monteiro. *Concrete: Microstructure, Properties and Materials*. McGraw-Hill Companies, New York, USA, 2006.
- [17] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytshko. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 46:131–150, 1999.
- [18] F. Nilenius, F. Larsson, K. Lundgren, and K. Runesson. Mesoscale modelling of crack-induced diffusivity in concrete. *Computational Mechanics*, 55(2):359–370, 2015.
- [19] J. Oliver. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39:3575–3623, 1996.
- [20] M. Ortiz, Y. Leroy, and A. Needleman. A finite element method for localized failure analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 61:189–214, 1987.
- [21] A. Pouya and A. Courtois. Définition de la perméabilité équivalente des massifs fracturés par des méthodes d’homogénéisation. *Comptes Rendus Geoscience*, 334(13):975 – 979, 2002.
- [22] A. Pouya and O. Fouché. Permeability of 3D discontinuity networks: New tensors from boundary-conditioned homogenisation. *Advances in Water Resources*, 32(3):303 – 314, 2009.
- [23] O.G. Rodriguez and R.D. Hooton. Influence of cracks on chloride ingress into concrete. *ACI Materials Journal*, 100(2), 2003.
- [24] HEJG Schlangen. *Experimental and numerical analysis of fracture processes in concrete*. TU Delft, Delft University of Technology, 1993.

-
- [25] J.C. Simo and T.J.R. Hughes. *Computational Inelasticity*. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1997.
- [26] J.C. Simo, J. Oliver, and F. Armero. An analysis of strong discontinuities induced by strain-softening in rate independent inelastic solids. *Computational Mechanics*, 12:277–296, 1993.
- [27] J.C. Simo and M. Rifai. A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 29:1595–1638, 1990.
- [28] T. Strouboulis, K. Copps, and I. Babuška. The generalized finite element method: An example of its implementation and illustration of its performance. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47:1401–1417, 2000.
- [29] L. Wang and T. Ueda. Mesoscale modelling of the chloride diffusion in cracks and cracked concrete. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 9(3):241–249, 2011.
- [30] I.S. Yoon, E. Schlangen, M.R. de Rooij, and K. van Breugel. The effect of cracks on chloride penetration into concrete. *Key Engineering Materials*, 348–349:769–772, 2007.
- [31] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The Finite Element Method, Solid Mechanics*, volume 2. Butterworth Heinemann, Oxford, 5 edition, 2001.