

Effet visco-élastique sur la zone dissipative dans une turbulence homogène isotrope

NGUYEN Minh Quan^a, Serge SIMOËNS^b, Alexandre DELACHE^c, Wouter BOS^d, Mahmoud EL HAJEM^e

a. LMFA UMR 5509 CNRS, Ecole Centrale de Lyon, Université de Lyon, France ,
<minh-quan.nguyen@ec-lyon.fr>

b. LMFA UMR 5509 CNRS, Ecole Centrale de Lyon, Université de Lyon, France ,
<serge.simoens@ec-lyon.fr>

c. LMFA UMR 5509 CNRS – site de Saint-Etienne, Université de Lyon, Université Jean Monnet de Saint-Etienne, 42023 Saint-Etienne, France, <alexandre.delache@univ-st-etienne.fr>

d. LMFA UMR 5509 CNRS, Ecole Centrale de Lyon, Université de Lyon, France,
<wouter.bos@ec-lyon.fr>

e. LMFA UMR 5509 CNRS, INSA de Lyon, Université de Lyon,
France<mahmoud.elhajem@insa-lyon.fr>

Résumé :

Les résultats de simulation numérique directe (DNS) en turbulence homogène isotrope (THI) pour un fluide Newtonien et pour un fluide visco-élastique (basé sur le modèle FENE-P) montrent que la visco-élasticité modifie qualitativement le comportement des plus petites échelles : nous observons une loi en k^{-6} dans la zone dissipative du spectre d'énergie cinétique. Nous montrons que c'est une caractéristique robuste quasiment indépendante de la dynamique des grandes échelles. Nous montrons plus loin que la réduction de traînée dans un tel écoulement, mesurée par la différence de la dissipation d'énergie entre fluide Newtonien et fluide visco-élastique, dépend fortement de la condition initiale.

Abstract :

The comparison of the results of direct numerical simulations (DNS) of homogeneous isotropic turbulence (HIT) of Newtonian fluid and the ones for viscoelastic fluid, based on the FENE-P model, provides evidence that viscoelasticity modifies qualitatively the physics of the smallest scales : we observe a k^{-6} law in the far dissipation range of the energy spectrum and we show that it is a robust behaviour, roughly independent of the large-scale dynamics. It is further shown that the drag-reduction in such flows, as measured by the difference in energy dissipation between Newtonian and viscoelastic flow, strongly depends on the initial conditions.

Mots clés : Simulation numérique directe, turbulence homogène isotrope, fluide non Newtonien, modèle FENE-P, réduction de traînée

1 Introduction

Le caractère non Newtonien des fluides peut être apporté par l'ajout d'une quantité relativement faible de polymère dans un fluide Newtonien (solvant). Le phénomène spectaculaire de la réduction de traînée

turbulente par l'ajout d'une quantité très faible de polymère [1], est encore mal compris dans ses mécanismes fondamentaux : il y a une réduction des fluctuations turbulentes à partir d'un seuil de concentration de polymère [2].

Deux théories, plus ou moins complémentaires semblent émerger pour expliquer ce phénomène : celle de Lumley [3] (et ses dérivées [4]) et celle de De Gennes [5, 6, 7]. Pour confronter les 2 théories, il est possible de se placer dans le cadre le plus simple : celui de la turbulence visco-élastique homogène isotrope (**THI**).

Dans le cadre de la THI, les résultats expérimentaux [8] ou numériques [9, 10, 11, 12], ont montré une réduction de la dissipation de l'énergie cinétique en présence de polymères.

Néanmoins ces résultats se sont focalisés sur la zone inertielle. Nous avons donc effectué des simulations numériques directes en THI sur-résolue afin de déterminer l'interaction entre polymères et fluide dans la zone dissipative au delà de l'échelle de Kolmogorov.

2 Modèle Rhéologie et la simulation numérique

2.1 Équation du modèle rhéologique

Il existe beaucoup de modèles rhéologiques d'un fluide en présence de polymères [13]. Nous avons opté pour le modèle FENE-P [13, 14] valable pour des faibles dilutions de polymères. Les équations de ce modèle couplées aux équations de Navier-Stokes, s'écrivent :

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \frac{\nu_p}{\tau_p} \operatorname{div} (P \cdot \mathbf{C} - \mathbf{I}) + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\partial_t \mathbf{C} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{C} = \mathbf{C} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{C} + \frac{1}{\tau_p} (P \cdot \mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (3)$$

Avec :

- \mathbf{u} vecteur vitesse [$m \cdot s^{-1}$]
- $p = p' + \frac{u^2}{2}$: la pression totale divisée par la masse volumique [$m^2 \cdot s^{-2}$]
- \mathbf{C} le tenseur de conformation des chaînes de polymères, il est adimensionalisé par le carré du rayon du polymère au repos [sans dimension]
- \mathbf{I} la matrice identité [sans dimension]
- τ_p le temps de relaxation du polymère [s]
- ν la viscosité de fluide sans polymère [$m^2 \cdot s^{-1}$]
- ν_p la viscosité ajoutée par le polymère pour une contrainte nulle [$m^2 \cdot s^{-1}$]
- \mathbf{f} force volumique, qui caractérise le forçage [$m \cdot s^{-2}$]
- $P = (L^2 - 1)/(L^2 - \operatorname{Tr}(\mathbf{C}))$ la fonction de Peterlin où $L = \frac{l_{max}}{l_0}$ représente la déformation maximale du polymère (l_{max}) adimensionalisée par le rayon moyen de sa chaîne à l'état d'équilibre (l_0)
- $\operatorname{Tr}(\mathbf{C})$ représente la trace du tenseur de conformation.

2.2 Méthode et paramètres numériques

Les schémas numériques permettant la discrétisation de (3) doivent maintenir le caractère définie positif du tenseur \mathbf{C} . Parmi les méthodes existantes, nous avons choisi la méthode de Balci et al. [15] qui décompose de manière unique la matrice de conformation \mathbf{C} comme le carré d'une matrice symétrique \mathbf{B} , on a : $\mathbf{C} = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B}$. Cette méthode assure systématiquement que \mathbf{C} soit définie positive et elle a été comparée à plusieurs méthodes existantes [16]. La résolution numérique s'effectue par une méthode standard pseudo-spectrale [17] à la fois pour Navier-Stokes (1) et pour l'équation du tenseur de conformation (3).

Néanmoins, afin de stabiliser le schéma, nous additionnons une très faible diffusion artificielle (fixée à $\nu_a = 0.0002 (m^2 \cdot s^{-1})$ [18]). La viscosité cinématique est choisie égale à $\nu \simeq 0.01 (m^2 \cdot s^{-1})$ (voir

[15]). Les résultats ont été comparés avec une simulation sans diffusion artificielle (ce qui est possible pour la méthode de Balci mais pour des temps courts) pour s'assurer que son impact est négligeable.

2.3 Configurations des simulations

Pour nos simulations, nous nous plaçons à de faibles valeurs du nombre de Reynolds afin d'obtenir une sur-résolution des petites échelles ainsi qu'à un nombre de Weissenberg égal à $Wi = \frac{\tau_p}{\tau_o}$ (avec τ_o le temps intégral de la turbulence) proche de l'unité, c'est à dire, à élasticité modérée. Nous construisons un Reynolds basé sur la micro échelle de Taylor, qui a la valeur de $Re_\lambda \approx 30$ dans nos simulations.

L'ordre de grandeur de L est entre 100 [19] et 500 [12]. Sa valeur numérique est fixée dans nos simulations à $L = 225$ comme dans [15]. De plus, le ratio entre ν_p et ν est fixé à 0.1 comme dans [19, 15].

A titre d'exemple, sur la figure 1, nous avons comparé le champ de vorticité avec ou sans polymères à des temps courts. Nous observons qu'en présence de polymères, les champs de vorticité présentent des structures très fines.

Finalement, afin d'étudier le comportement d'un fluide en présence de polymères dans la zone dissipative et l'effet de la configurations des polymères sur la réduction de traînée, nous avons considéré cinq configurations avec approximativement les mêmes nombres de Reynolds et de Weissenberg. Deux des configurations permettent d'avoir une turbulence statistiquement stationnaire grâce à des forçages. Les 3 autres configurations permettent d'avoir une turbulence en décroissance mais avec différentes conditions initiales pour la vitesse et le tenseur de conformation C . Nous avons les cas suivants :

- Cas (a) : Forçage stochastique utilisé dans [20].
- Case (b) : Forçage déterministe ABC utilisé dans [21].
- Case (c) : Décroissance à partir d'un état statistiquement stationnaire due au forçage stochastique Newtonien (case (a)). Les polymères sont initialement au repos : $C(t = 0) = I$.
- Case (d) : Décroissance à partir d'un champ synthétique aléatoire avec la même densité d'énergie spectrale que le cas (c). Les polymères sont initialement au repos : $C(t = 0) = I$.
- Case (e) : Décroissance à partir de l'état où les champs de vitesse et de conformation sont statistiquement stationnaire avec un forçage stochastique non Newtonien (case a). Donc, initialement les polymères sont étirés $C(t = 0) \neq I$. Pour le cas Newtonien, nous d activons la rétroaction du polymère dans (1) quand la simulation commence.

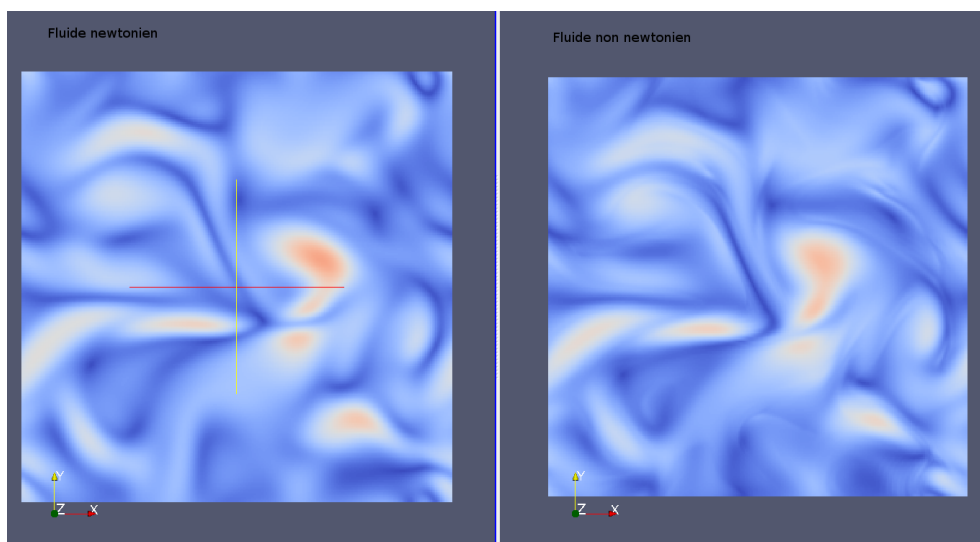


FIGURE 1 – Champs de vorticité : cas Newtonien avec $Re_\lambda \approx 90$ (  gauche) et cas non Newtonien (  droite) avec $Re_\lambda \approx 120$ et $Wi \approx 1$ (  droite). La viscosité du fluide dans les deux cas vaut $\nu = 0,0067$

3 Résultats

3.1 Influence de la visco-élasticité sur les statistiques à petite échelle

Une étude [10] basée sur des DNS a montré que les polymères influencent fortement l'écoulement dans la zone dissipative, en générant une loi en puissance en k^{-6} sur le spectre d'énergie cinétique. Nous avons employé les paramètres de même ordre de grandeur que dans [10], mais avec des configurations variées.

Nos résultats confirment cette pente. En effet, sur la figure 2, nous avons tracé le spectre d'énergie cinétique en fonction du nombre d'onde k . Nous observons dans la zone dissipative au delà de l'échelle de Kolmogorov, une relation du type $E(k) \sim k^{-6}$ dans le cas d'un forçage stochastique (figure 2 a)) et $E(k) \sim k^{-6.5}$ dans le cas d'un forçage déterministe ABC (figure 2 b)). D'autre part dans le cas d'une turbulence en décroissance à environ un temps de retournement $(1,5\tau_0)$, nous retrouvons un spectre en $E(k) \sim k^{-6}$ à la fois à partir d'un champ pré-forcé ou à partir d'un champ synthétique aléatoire (figure 2 c) et d)). Ce comportement est la signature d'une rétroaction du polymère sur les champs de vitesse du fluide porteur à petite échelle dans la zone dissipative.

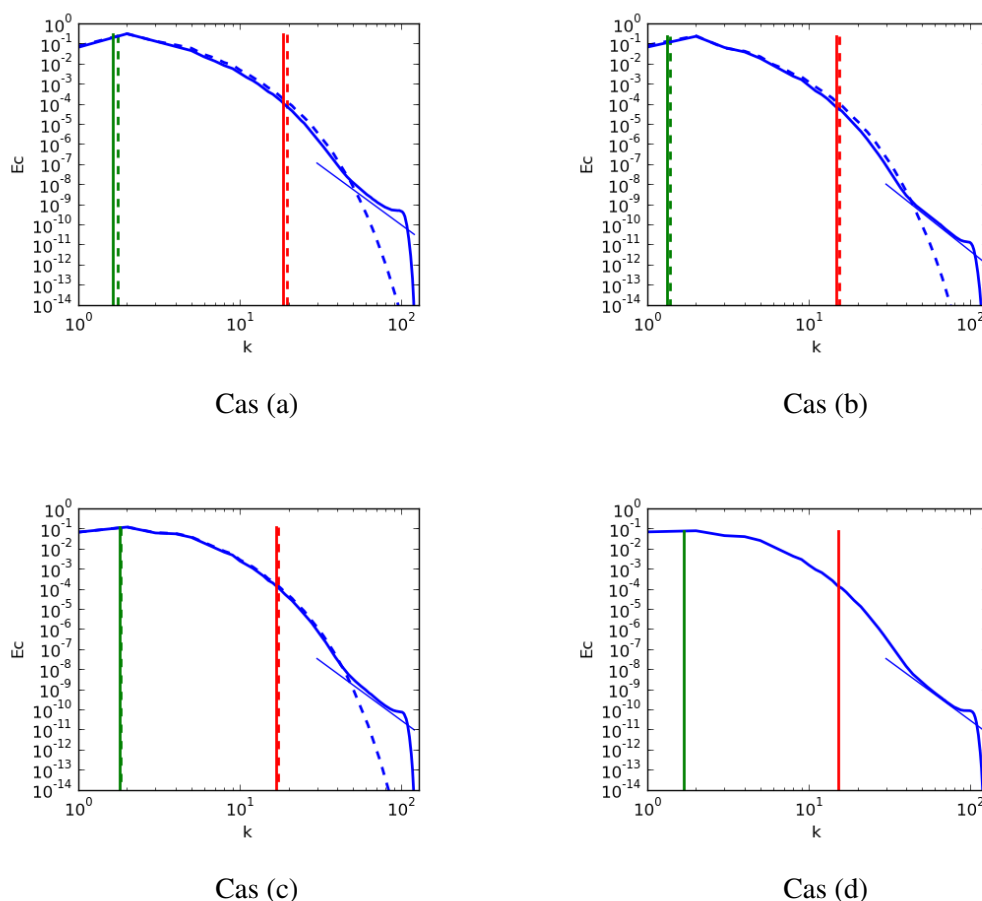


FIGURE 2 – Comparaison du spectre d'énergie cinétique pour le cas fluide Newtonien (trait pointillé) et le cas fluide non Newtonien (trait continu). Trait vertical vert : micro échelle de Taylor. Trait vertical rouge : échelle de Kolmogorov. Le segment de droite représente la loi de puissance : k^{-6} dans le cas a), c), d) et $k^{-6.5}$ dans le cas b).

3.2 Dynamique du polymère

L'énergie du polymère est définie comme la trace du tenseur de conformation : $E_p = tr(C)$ (voir [13]). L'évolution du spectre $Ep(k)$ est présentée figure 3. Nous observons une relation de type $Ep(k) \sim k^{0.25}$ et cela quelque soit la configuration. Or la pente prédite par De Gennes [6] vaut $Ep(k) \sim k^{\frac{5}{2} \cdot n - 1}$ ce qui correspond dans notre cas à $n = \frac{1}{2}$. En comparaison, les résultats expérimentaux de Bodenschatz et al [8] donnent $n = 1$. Néanmoins $n = 1$ a été obtenu dans le cadre d'une turbulence à haut nombre de Reynolds dans la zone inertielle pleinement turbulente où il y a une interaction forte entre polymère et la cascade d'énergie du fluide. Or nos résultats numériques sont obtenus dans la zone dissipative pour la partie fluide.

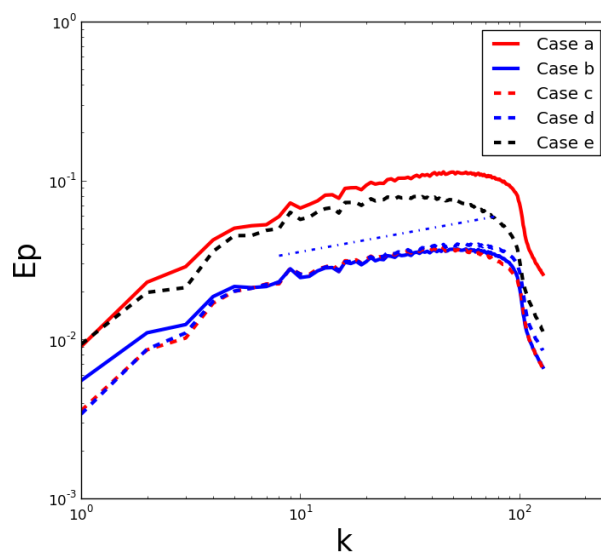


FIGURE 3 – Spectre d'énergie polymère. Cas (a) (ligne rouge), cas (b) (ligne bleue), cas (c) (ligne rouge pointillée), cas (d) (ligne bleue pointillée), cas (e) (ligne noire pointillée). Le segment de droite représente la loi en $k^{0.25}$

3.3 Réduction de traînée

La définition de la réduction de traînée est triviale dans les tuyaux, où nous pouvons comparer directement la perte de charge entre un fluide Newtonien et un fluide non Newtonien. Mais dans une boîte périodique, le concept de perte de charge n'existe pas. Une possibilité proposée dans [10], consiste à comparer la dissipation cinétique au lieu de la perte de charge. Dans ce cas, la réduction de traînée est définie par :

$$DR = \left(\frac{\epsilon_\nu^f - \epsilon_\nu^p}{\epsilon_\nu^f} \right). \quad (4)$$

Avec ϵ_ν^f la dissipation obtenue dans le cas Newtonien, et ϵ_ν^p la dissipation obtenue dans le cas non Newtonien pour des conditions similaires. Il est donc important que la simulation dans le cas Newtonien et dans le cas non Newtonien aient une même condition initiale et les mêmes paramètres pour être comparable.

A partir de nos simulations, quel est l'effet des conditions initiales des polymères sur la réduction de traînée ? Pour cela, nous comparons les 3 cas déclinés (c), (d) et (e) et la mesure de la réduction de traînée est présentée figure 4. Pour tous les résultats, le temps est adimensionnalisé par le temps de retournement initial.

En comparant le cas (c) (ligne verte) et cas (d) (ligne rouge), nous constatons que la structuration initiale

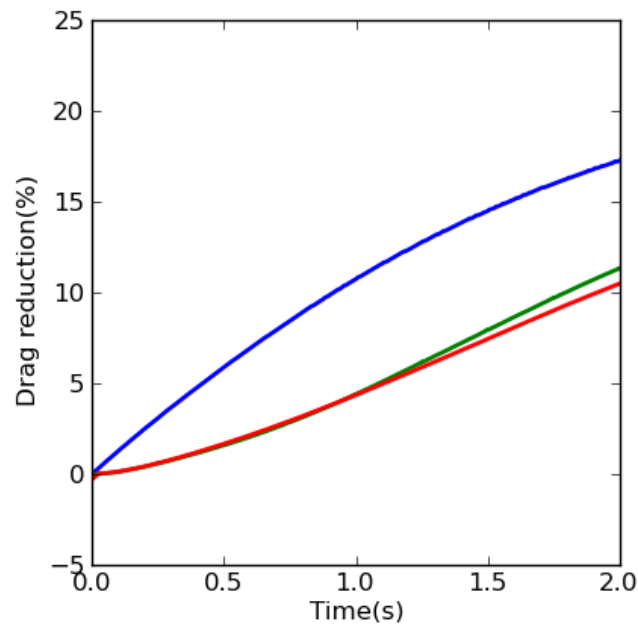


FIGURE 4 – DR obtenue dans nos simulations cas (c) (ligne verte), cas (d) (ligne rouge) et cas (e) (ligne bleue).

de la turbulence (développée ou à partir d'un champ synthétique) n'a pas d'impact significatif sur la réduction de traînée lorsque les polymères sont initialement au repos. Par contre, dans le cas où le polymère est initialement pré-étiré, la réduction de traînée est plus importante que dans le cas où le polymère est initialement au repos.

Nous pouvons donc conclure que l'état initial des polymères a une grande influence sur l'évolution de la réduction de traînée

4 Conclusion

A partir de nos résultats nous avons confirmé une relation du type $E_c(k) \sim k^{-6}$ pour le spectre d'énergie cinétique dans la zone dissipative. De plus, nous observons une nouvelle loi de puissance pour l'énergie élastique du polymère $E_p(k) \sim k^{0.25}$ qui semble robuste aux différentes configurations et qui semble dépendre des grandes échelles. Finalement, nous avons montré que la réduction de traînée est augmentée lorsque le polymère est initialement étiré.

Remerciements : Nous remercions Robert Poole (University of Liverpool, GB) pour ses discussions enrichissantes. Nous remercions également le centre de calcul de l'IDRIS du CNRS, pour les allocations d'heure du projet GENCI No. 22206 et l'équip@meso à Lyon.

Références

- [1] B. A. Toms. Some observation on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers. In *Proc. 1st Intl. Congr. on Rheology*, volume Vol. II, pages 135–141, 1948.
- [2] Sreenivasan and M.White. The onset of drag reduction by dilute polymer additives, and the maximum drag reduction asymptote. *Journal of Fluid Mechanics*, 409 :149–164, 4 2000.
- [3] J. Lumley. Drag reduction by additives. *Annual review of fluid mechanics*, 1 :367, 1969.

- [4] R. Benzi, E. De Angelis, V. L'vov, and I. Procaccia. Identification and calculation of the universal asymptote for drag reduction by polymers in wall bounded turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :194502, Nov 2005.
- [5] DeGennes P.G. *Introduction to Polymer Dynamics*. Cambridge University Press, 1990.
- [6] M. Tabor and P. G. de Gennes. A cascade theory of drag reduction. *EPL (Europhysics Letters)*, 2(7) :519, 1986.
- [7] P.G. De Gennes. Towards a scaling theory of drag reduction. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 140(1-2) :9 – 25, 1986.
- [8] Xi, Bodenschatz, and Xu. Elastic energy flux by flexible polymers in fluid turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 111 :024501, Jul 2013.
- [9] Kalelkar, Govindarajan, and Pandit. Drag reduction by polymer additives in decaying turbulence. *Phys. Rev. E*, 72 :017301, Jul 2005.
- [10] Prasad Perlekar, Dhruvaditya Mitra, and Rahul Pandit. Manifestations of drag reduction by polymer additives in decaying, homogeneous, isotropic turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :264501, Dec 2006.
- [11] W.-H. Cai, F.-C. Li, and H.-N. Zhang. Dns study of decaying homogeneous isotropic turbulence with polymer additives. *J. of Fluid Mech.*, 665 :334–356, 12 2010.
- [12] E. De Angelis, C. M. Casiola, R. Benzi, and R. Piva. Homogeneous isotropic turbulence in dilute polymers. *J. of Fluid Mech.*, 531 :1–10, 5 2005.
- [13] R B Bird and J M Wiest. Constitutive equations for polymeric liquids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 27(1) :169–193, 1995.
- [14] R.B. Bird, R.C. Armstrong, and O. Hassager. *Dynamics of polymeric liquids. Voll 1, 2nd Ed. : Fluid mechanics*. John Wiley and Sons Inc., New York, NY, Jan 1987.
- [15] Balci, Thomases, Renardy, and R. Doering. Symmetric factorization of the conformation tensor in viscoelastic fluid models. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166(11) :546 – 553, 2011. {XVIth} International Workshop on Numerical Methods for Non-Newtonian Flows.
- [16] Chen, Marschall, Schäfer, and Bothe. A comparison of stabilisation approaches for finite-volume simulation of viscoelastic fluid flow. *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, 27(6-7) :229–250, July 2013.
- [17] Y. Hussaini & A. Quarteroni C.G. Canuto. *Spectral Methods : Evolution to Complex Geometries and Applications to Fluid Dynamics*. Scientific Computation. Springer London, 2007.
- [18] R. Sureshkumar and N. Beris. Effect of artificial stress diffusivity on the stability of numerical calculations and the flow dynamics of time-dependent viscoelastic flows. *J. of Non-Newtonian Fluid Mech.*, 60(1) :53 – 80, 1995.
- [19] Prasad Perlekar, Dhruvaditya Mitra, and Rahul Pandit. Direct numerical simulations of statistically steady, homogeneous, isotropic fluid turbulence with polymer additives. *Phys. Rev. E*, 82 :066313, Dec 2010.
- [20] Chen, Doolen, Kraichnan, and She. On statistical correlations between velocity increments and locally averaged dissipation in homogeneous turbulence. *Phys. of Fluids A*, 5(2) :458–463, 1993.
- [21] P. D. Mininni, D. Rosenberg, and A. Pouquet. Isotropization at small scales of rotating helically driven turbulence. *J. of Fluid Mech.*, 699 :263–279, 5 2012.