

Recherche des solutions robustes en préconception par QCSP avec prise en compte des incertitudes de modèles

Philip ARNOLD^{a,b,c}, Jawad Ahmed QURESHI^b, Jean-François ANTOINE^a, Jean-Yves DANTAN^a

- a. LCFC, Arts et Métiers ParisTech Metz, 4 Rue Augustin Fresnel, 57078 METZ CEDEX 3, France.
- b. Research Unit in Engineering Science, University of Luxembourg, Luxembourg
- c. Karlsruher Institut für Technologie, Germany

Résumé :

Toute activité de conception de produit est soumise à des variations qui peuvent être dues à des sources diverses, incluant par exemple les imprécisions de fabrication, les incertitudes sur les propriétés des matériaux, sur l'environnement, sur les modèles utilisés pour dimensionner, ... L'ignorance de ces incertitudes peut se traduire par des conceptions non robustes, onéreuses et défailtantes.

Plusieurs approches existent afin de prendre en compte ces incertitudes lors de la préconception et de la conception de produit : les techniques de RBO (Robust Based Optimization) qui visent à identifier la solution qui minimise la sensibilité des performances du produit aux incertitudes, les techniques de RBDO (Reliability Based Design Optimization) qui visent à identifier la solution maximisant la probabilité de satisfaction des exigences perturbées par les incertitudes, ...

Cet article propose une autre technique basée sur le principe du « Set Based Design » qui vise à identifier l'ensemble des solutions qui satisfont les exigences et contraintes malgré les incertitudes. Le problème est formulé de la manière suivante : une solution est dite « robuste » si quelles que soient les incertitudes comprises dans des intervalles, les exigences et contraintes sont satisfaites. D'un point de vue algorithmique, la recherche des solutions dites « robustes » est réalisée par propagation de contraintes quantifiées (QCSP).

Un focus est réalisé sur la prise en compte des incertitudes de modèles ou méta-modèles qui sont rarement prises en compte dans les approches classiques de conception robuste. Ces incertitudes sont aussi nommées incertitudes épistémiques. Une modélisation par intervalle est expérimentée, ainsi que l'analyse par intervalle pour la validation d'un ensemble de solutions.

Abstract :

Product design activity is submitted to variations, dues, for instance, to manufacturing unaccuracies, to material properties or surrounding uncertainties or to used models for dimensioning. Ignore this uncertainties can induce expansive, unreliable and non-robust design.

Several approaches exist in order to take account of these uncertainties in the early-design phases : Robust design Optimization (RBO) techniques that aims to identify the solution that minimizes product design performances' sensibility to uncertainties, or Reliability based design optimization (RBDO) techniques aiming to identify the solution that maximizes probability of disturbed by uncertainties exigence satisfaction.

This paper proposes another technique, based on "set based design" principle, aiming to identify all the solutions that satisfy exigencies and constraints, despite of uncertainties. The problem is formulated as follows: a solution is said to be robust if whatever the interval contained uncertainties, exigencies and constraints are satisfied. Algorithmically speaking, robust solution search procedure is a quantified constraint propagation technique.

The taking account of model uncertainties or metamodels that are rarely included in classical robust design approaches is focused. These uncertainties are also called Epistemic uncertainties. Interval modelisation and interval analysis are also experimented for validation of a solutions gathering.

Mots clefs: Conception robuste, approche par intervalles, incertitudes de modèle

1 Introduction

La conception d'un produit peut être simplement décomposée en deux étapes : la recherche de concepts de solution et l'optimisation de la solution. Néanmoins, le niveau de performance optimale du produit peut éventuellement varier en fonction de perturbations (dispersions de fabrication, vieillissement, variations de l'environnement), ce qui peut s'avérer pénalisant.

L'objet de la conception robuste est d'optimiser en même temps les performances du produit et de minimiser la sensibilité aux perturbations. Afin de pouvoir intégrer la robustesse au cours de la conception, [1] a proposé une approche permettant de mesurer et prévoir la robustesse d'une solution.

Une classification des types de conception robuste a été proposée par W. CHEN [2]. Dans sa thèse, W. CHEN catégorise le « robust design » selon les types d'incertitude et de variations et les objectifs :

- Type I : Minimiser les variations de performances qui sont causées par les variations des facteurs de bruit (paramètres incontrôlables)
- Type II : Minimiser les variations de performances qui sont causées par les variations des facteurs de contrôle (variables de conception)

Cette classification a été complétée par H. J. CHOI [3], qui a introduit deux nouveaux types de conception robuste pour pouvoir gérer les incertitudes qui ne sont pas maîtrisées par les types I et II. Il s'agit des incertitudes qui sont inhérentes aux modèles du système utilisés lors des prises de décision afin d'évaluer des performances (type III) et qui sont inhérentes à l'enchaînement des activités du processus de conception (ambiguïté des informations transmises entre des acteurs du processus de conception, ...) et qui se propagent lors du processus de conception :

- Type III : Identifier les domaines des variables de conception, qui satisfont un ensemble d'objectifs de performance et/ou de domaines de performances et qui sont insensibles à la variabilité des modèles d'évaluation
- Type IV : Identifier les domaines des variables de conception en considérant les incertitudes et la propagation de ces incertitudes inhérentes aux ambiguïtés dans le processus de conception

Cette article s'intéresse aux trois premiers types de conception robuste dans l'objectif d'identifier les domaines des variables de conception, qui satisfont un ensemble d'objectifs de performance malgré la variabilité des modèles d'évaluation, les variations des variables de conception et les variations des facteurs de bruit.

Afin de positionner cet objectif par rapport aux approches classiques de conception robuste et de conception fiabiliste, le chapitre 2 posera une analyse comparative des finalités de chaque approche. Puis, la formulation mathématique et son implémentation seront présentées dans le chapitre 3 puis illustrées dans le chapitre 4.

2 Finalités des approches prenant en compte les incertitudes en phase de conception

Beaucoup de travaux portent sur la prise en compte des incertitudes en phase de conception. Ce chapitre n'a pas vocation à être exhaustif mais à esquisser les grandes tendances qui ne sont pas disjointes ; nous pouvons identifier quatre grandes tendances : la **Conception Robuste**, la **Conception Fiabiliste**, le « **Risk Based Design** », et le **Tolérancement**.

Selon TAGUCHI [1], « pionnier » de la conception robuste, « au lieu d'éliminer ou de réduire les causes de la variabilité des performances d'un produit, il est préférable d'ajuster sa conception afin de le rendre insensible aux causes des variations ». G. TAGUCHI explique la robustesse comme « l'état auquel la performance de la technologie, du produit ou du processus est minimalement sensible aux facteurs qui causent cette variabilité ».

Une variante de l'approche de TAGUCHI à l'égard de la conception robuste par CHEN [2] définit une conception robuste comme l'amélioration de la qualité d'un produit en minimisant les effets des variations sans éliminer les causes. SUH [4] propose : « la conception robuste est définie comme la conception qui satisfait les exigences fonctionnelles même si les paramètres de conception et les variables du processus

comportent de larges tolérances ». Selon SHOEMAKER [5], le « robust design est une approche visant à réduire les variations de performance des produits et des processus. Les produits et leur processus de fabrication sont influencés par des facteurs contrôlés par les concepteurs et par des facteurs difficiles à contrôler », ...

En considérant les définitions mentionnées ci-dessus, nous pouvons constater que les significations sont similaires bien que différentes expressions soient utilisées, et nous pouvons proposer que l'objectif de la conception robuste est : **d'identifier la solution qui minimise l'effet des incertitudes sur les performances, tout en garantissant un certain niveau de performances défini et le respect des exigences.**

La Fiabilité peut être définie comme l'aptitude d'un système à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un intervalle de temps donné, la notion de fiabilité est souvent associée à la probabilité d'être en état de bon fonctionnement. Ainsi l'objectif de la conception fiabiliste est : **d'identifier la solution qui minimise la probabilité de défaillance du système durant un intervalle de temps donné.**

Les approches de « Risk Based Design » sont similaires au regard de l'objectif à la conception fiabiliste sauf qu'elles se basent sur des évaluations qualitatives des risques de défaillance. L'approche la plus déployée est basée sur une évaluation des risques par l'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC). Dans ce cas, l'objectif du Risk Based Design » est **d'identifier la solution qui minimise la criticité maximale des risques de défaillance durant un intervalle de temps donné.**

Le tolérancement vise à définir les limites (les tolérances) des imprécisions de fabrication afin d'assurer un bon fonctionnement du système à un coût optimal ainsi l'objectif du tolérancement est : **de déterminer les spécifications et d'allouer les tolérances qui minimisent le coût (ou un autre critère de performance), tout en garantissant un certain niveau de performances défini et un respect des exigences.**

Nous pouvons observer des similitudes dans les objectifs de la conception robuste et le tolérancement, et dans les objectifs de la conception fiabiliste et les approches de « Risk Based Design ».

L'approche proposée dans cet article s'intéresse aux trois premiers types de conception robuste dans l'objectif **d'identifier les domaines des variables de conception, qui satisfont un ensemble d'objectifs de performance malgré la variabilité des modèles d'évaluation, les variations des variables de conception et les variations des facteurs de bruit.**

Il est important de noter qu'étant donné l'objectif du type III de la conception robuste, l'approche proposée a un objectif très différent des quatre approches d'un point de vue mathématiques. Les quatre approches se formalisent via une optimisation. L'approche proposée se formalise via un problème de satisfaction de contraintes car il s'agit d'énumérer l'ensemble des solutions robustes.

3 Technique d'exploration de l'espace des solutions robustes couplées à l'utilisation de métamodèles

Afin d'énumérer l'ensemble des solutions robustes, nous proposons une extension et une généralisation de l'expression de la conception du produit en un problème de satisfaction de contraintes.

Pour définir la formalisation de l'approche ensembliste de la conception robuste, nous fournissons les définitions fondamentales pour le modèle basé sur la logique formelle [6] [7]. V représente l'ensemble des variables de conception, U l'ensemble des incertitudes. D_V représente le domaine initial de recherche de V , D_U le domaine des incertitudes. C représente l'ensemble des contraintes du modèle. Les contraintes pourront être de type continu, discret, complexe ou relationnel, si un modèle contient n contraintes, l'ensemble C pourra être écrit comme $C = \{c_1, \dots, c_n\}$. Certaines de ces contraintes peuvent être des métamodèles construits à partir de données expérimentales ou de simulations numériques ; dans ce cas, les incertitudes des métamodèles peuvent être estimées et prises en comptes dans le vecteur U .

Une solution est considérée robuste, si et seulement si, les contraintes sont satisfaites pour les affectations des variables de conception quelles que soient les valeurs prises par les incertitudes dans les domaines de celles-ci.

La formalisation ci-dessus oblige l'utilisation des quantificateurs et alors le modèle mathématique général du système devient $\{QV, QU, D_V, D_U, C\}$, où QV est l'ensemble des variables quantifiées de conception, QU est l'ensemble des incertitudes quantifiées. Le système émergent est un problème de satisfaction des

contraintes quantifiées. Les définitions des solutions pourront être traduites par les expressions logiques qui exigent l'existence d'une solution robuste :

« Il existe une solution appartenant à l'ensemble des solutions telles que pour toutes les affectations des variables de conception et toutes les affectations des incertitudes, appartenant à leur propres domaines, les contraintes sont satisfaites ».

La Programmation par Contraintes (PPC ou Constraint Satisfaction Problem soit CSP en anglais) est un ensemble de techniques pour résoudre des problèmes mathématiques, c'est-à-dire pour apporter des solutions à des variables mathématiques « contraintes » entre elles [7].

La littérature sur l'utilisation de la PPC dans le domaine de la conception robuste est très restreinte, voire inexistante. Par contre, nous pouvons citer les travaux sur les UCSP et les QCSP qui intègrent la notion d'incertitude. Du côté des QCSP, la recherche n'en est encore qu'à ses débuts. Bordeaux et Montfroy [8] ont étendu la notion d'arc-consistance (AC) des CSP aux QCSP. Mamoulis & Stergiou [9] ont défini un algorithme d'AC pour les QCSP à contraintes binaires. Benhamou [8] a proposé les techniques des « Box Consistency » et « Hull Consistency ». Dans ce travail, nous utilisons l'outil de « Box Consistency » [8] pour transformer les expressions quantifiées puis évaluer la consistance d'un sous ensemble du domaine de recherche, associé à un algorithme de pavéage [6] :

L'algorithme commence avec un espace de recherche de départ D-Box donné par le concepteur. Pour démarrer la recherche la première partie de l'algorithme découpe l'espace D-Box de recherche en divisant les intervalles de départ en sous-espace BSD et en analysant chaque BSD pour existence de solution. S'il existe une solution, le BSD est en suite testé pour existence d'une solution robuste. Ce processus est répété jusqu'à la profondeur mentionnée ou jusqu'à fin de la recherche, cette technique est appelée pavéage itératif. A la fin, l'algorithme présente l'espace de recherche en trois parties (1) L'espace dans laquelle il n'existe pas de solution, (2) L'espace dans laquelle il peut exister au moins une solution (3) L'espace dans laquelle la solution est robuste sur tout l'intervalle. Le pseudo-code de l'algorithme est donné ci-dessous :

Require: $\{QV, D, C\}$, *res*, *dim*, *iterations* {*res* = Number of Required sub interval resolution, *dim* = Length of DV}

Ensure: Feasible sets of robust solution

```

1:  $BD \leftarrow D$ 
2:  $BSD\_list = \{\bigcup_{i=1}^{res} \{d_{i_v_j} : j \in \{1, dim\}\}\}$ 
3:  $Exist\_list \leftarrow \emptyset$  {Set of Possible Solutions}
4:  $Robust\_list \leftarrow \emptyset$  {Set of Robust Solutions}
5:  $NoSol\_list \leftarrow \emptyset$  {Space Without Solution}
6: for  $k = 1$  to iterations do
7:   for  $l = 1$  to Length of  $BSD\_list$  do
8:     Pick  $BSD_l$ 
9:     Convert  $BSD_l$  to interval based sets
10:    if Consistency of existence of solution of  $BSD_l = \text{true}$  then
11:      if Consistency of robust solution of  $BSD_l = \text{true}$  then
12:         $Robust\_list \leftarrow Robust\_list \cup BSD_l$ 
13:      else
14:         $Exist\_list \leftarrow Exist\_list \cup BSD_l$ 
15:      end if
16:    else
17:       $NoSol\_list \leftarrow NoSol\_list \cup BSD_l$ 
18:    end if
19:  end for
20:   $BSD\_list \leftarrow Exist\_list$ 
21: end for
22: Display Results

```

4 Illustration

L'illustration de la technique d'exploration de l'espace des solutions robustes est faite sur la conception préliminaire d'une pompe à engrenage. Les exigences de fonctionnement de la pompe sont :

- un débit mini $Q_{min} = 23 \text{ l/min}$,
- une puissance maxi $P_{max} = 15 \text{ kW}$,
- une vitesse de rotation qui peut varier dans l'intervalle de 1500 à 3000 tr/min,
- une différence de pression qui est constante : 100 bars.

L'objectif de cette étape de pré dimensionnement robuste est d'identifier l'ensemble des cylindrées de la pompe répondant aux exigences. Les modèles de comportement retenues sont les suivants :

Débit $Q = V \cdot n \cdot \eta_v \cdot 10^{-5}$ (1) Puissance $P = p \cdot Q / 6\eta_t$ (3)

Couple $M = 1,59 \cdot V \cdot p / \eta_{hm}$ (2) Rendement total $\eta_t = \eta_v \cdot \eta_{hm}$ [%] (4)

Avec

Cylindrée	V	[cm ³ /tr]	Couple	M	[Nm]
Débit	Q	[l/min]	Vitesse de rotation	n	[tr/min]
Pression	p	[bar]	Puissance	P	[kW]

Et

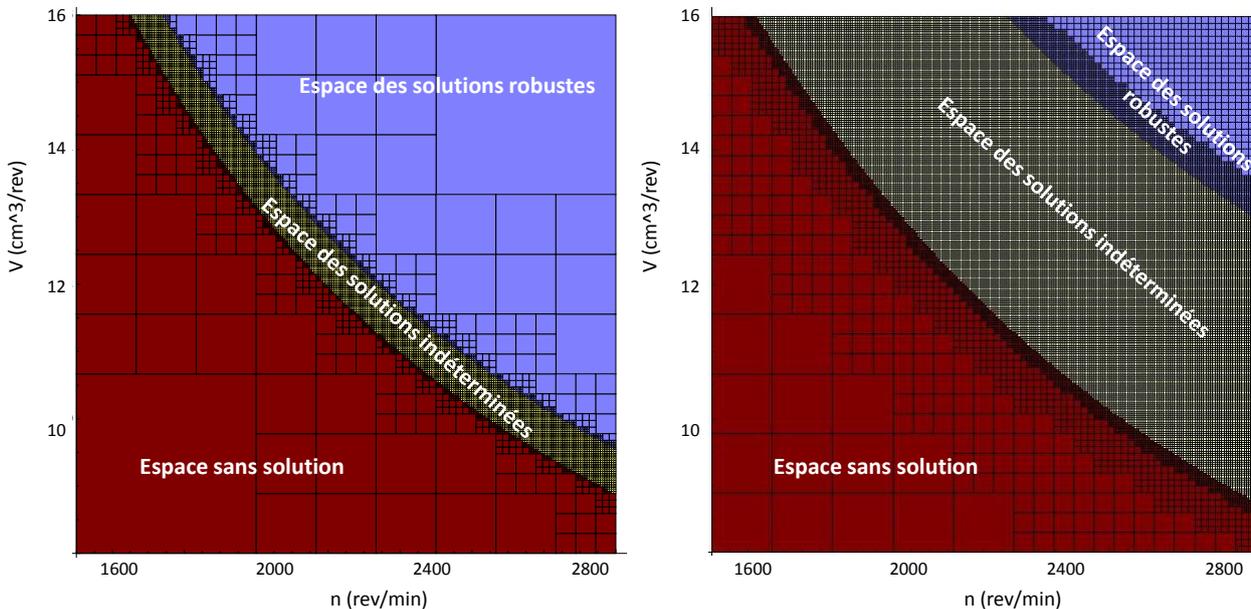
η_v et η_{hm} sont les rendements volumétriques et hydromécaniques. Deux métamodèles polynomiaux (l'un de degré 1, l'autre de degré 3) ont été construits à partir de données constructeur.

$\eta_v = g(V, n, p)$ (5) $\eta_{hm} = h(V, n, p)$ (6)

Les incertitudes considérées sont relatives aux trois types

Cylindrée V	[cm ³ /tr]	[-0,5 ; 0,5]	Incertitude type II
Vitesse de rotation n	[tr/min]	[-13 ; 13]	Incertitudes de type I
Différence de pression p	[bar]	[-1 ; 1]	
Erreur en η_v (polyn.)	[%]	[0,999 ; 1,001]	Incertitudes de type III
Erreur en η_v (lin.)	[%]	[0,99 ; 1,01]	
Erreur en η_{hm} (lin.)	[%]	[0,98835 ; 1,01165]	

Les résultats de la recherche du domaine des solutions robustes sont illustrés figure 1.



La figure 1 de gauche représente le résultat obtenu pour le métamodèle de degré 1 et la figure de droite pour le métamodèle de degré 3 intrinsèquement plus précis. Nous pouvons remarquer que le domaine de solutions robustes est plus restreint dans le cas du métamodèle de degré 3 ; ce pessimisme est dû à la dépendance multiple d'une même variable dans l'expression d'une contrainte, cela est dû à l'effet de la multi-occurrence des variables dans le modèle polynomiale de degré 3.

5 Conclusion

La finalité de cet article est d'illustrer la prise en compte des incertitudes avec comme objectif : **d'identifier les domaines des variables de conception, qui satisfont un ensemble d'objectifs de performance malgré la variabilité des modèles d'évaluation, les variations des variables de conception et les variations des facteurs de bruit.**

Cet article met en exergue deux faits marquants :

- La performance des approches de satisfaction de contraintes quantifiées (QCSP) afin de faire de l'énumération de solutions robustes
- Le problème de multi occurrence des variables dans l'expression d'une contrainte qui génère un « pessimisme » dans le traitement. De ce fait, deux types d'incertitude doivent être considérés : les incertitudes de modèles et les erreurs de traitement des modèles via les approches par intervalles.

Remerciement

Cet article est le résultat du travail d'un étudiant allemand en double diplôme KIT/ENSAM qui a effectué son stage de recherche dans le cadre d'une collaboration entre l'Université du Luxembourg et l'ENSAM. Les auteurs remercient leurs institutions pour le soutien à cette collaboration.

References

- [1] Taguchi, G., Chowdhury, S., & Taguchi, S., « Robust Engineering », McGraw-Hill, New York, 2000.
- [2] Chen, W., « Robust Concept Exploration Method for Configuring Complex Systems », PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, August 1995.
- [3] Choi, H.-J., « A Robust Design Method for Model and Propagated Uncertainty », PhD Dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, December 2005.
- [4] Suh, N. P., « Axiomatic Design: Advances and Applications », Oxford Univ. Press, New York, 2001.
- [5] Shoemaker, A.C., Tsui, K.-L., Wu, C. F. J., « Economical Experimentation Methods for Robust Design », Technometrics, Vol. 33, N° 4, 1991, pp. 415-427.
- [6] Dantan, J.-Y., Qureshi, A. J., Bruyere, J., Bigot, R., « Set Based Robust Design of Mechanical Systems Using the Quantifier Constraint Satisfaction Algorithm », Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 23, April 2010, pp. 1173-1136.
- [7] Qureshi, A. J., « Contributions à la Maîtrise de la Robustesse des Produits : Formalisation par Logique Formelle, Applications à la Conception Ensembliste et au Tolérancement », thèse de doctorat, ParisTech Arts et Métiers, 2011.
- [8] Bordeaux, L. et Montfroy, E., « Beyond NP: Arc-consistency for Quantified Constraints », Proc. CP'02, Ithaca, NY, 2002, pp. 371-386.
- [9] Mamoulis, N., Stergiou, K., 2004. Algorithms for quantified constraint satisfaction problems, Proc. CP'04, Toronto, Canada, 752-756.
- [10] Benhamou, F. et al., "Revising hull and box consistency", Proceedings of the 1999 international conference on Logic programming table of contents Las Cruces, New Mexico, United States, 1999, ISBN:0-262-54104-1