

# Métrologie interférométrique pour dimensionner la zone des effets tridimensionnels et transitoires en dynamique. Application sur un matériau à comportement fragile et étude pour une large gamme de vitesse de propagation de la fissure.

S. HEDAN, V. VALLE, M. COTTRON

Université de Poitiers, Laboratoire de Mécanique des Solides, UMR 6610, Téléport 2, Bd Marie et Pierre Curie, 86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL CEDEX

## Résumé :

*L'objet de ces travaux est de définir l'évolution des déplacements hors-plan lors de propagation de la fissure pour différentes vitesses ( $V$ ) de propagation. Ce problème consiste à déterminer la zone des différences entre la solution théorique bidimensionnelle et les champs expérimentaux de déplacement hors-plan. Cette zone est appelée zone des effets 3D et transitoires. Pour obtenir l'information des déplacements dynamiques proches de la pointe et durant la propagation de la fissure, un interféromètre de Michelson est utilisé et les interférogrammes sont enregistrés par une caméra CCD ultra rapide. Les éprouvettes utilisées sont de type SEN et le comportement du matériau est fragile. L'initiation et la propagation de la fissure sont obtenues par une énergie supplémentaire s'ajoutant à l'énergie de déformation induite par le chargement ( $\sigma$ ). Les comparaisons entre les données expérimentales et les solutions théoriques permettent de dimensionner une zone de divergences. Les évolutions de cette zone sont étudiées en fonction du chargement appliqué et la vitesse de propagation de la fissure.*

## Abstract :

*The aim of this paper is to define the evolution of the out-of-plane displacement fields during the crack propagation for different crack speed ( $V$ ). This problem consists in doing to determine the zones of difference, between the theoretical formulation and the experimental out-of-plane displacement displacements. In the literature, this zone is named zone of 3D and transient effects. To obtain the information of dynamic displacements around the tip and during crack propagation, Michelson interferometer is used and the interferograms are recorded by an ultra high speed CCD camera. The PMMA plate is a SEN sample and the material behaviour is brittle. The start and the crack propagation are obtained by the additional energy to the deformation energy applied by the loading ( $\sigma$ ). Comparisons between experimental data and theoretical formulations allow us to size the gap zone. The evolutions are studied according to the loading applied and the crack speed.*

**Mots clefs :** Mesure optique, Déplacement hors-plan, Effets 3D et transitoires

## 1 Introduction

Dans la littérature de la mécanique de la rupture pour des fissures stationnaires, différentes études ont montré des écarts entre l'expérimental [1] ou le numérique [2] et les formulations théoriques bidimensionnelles [3] [4], indiquant qu'il est nécessaire d'avoir une approche tridimensionnelle proche de la pointe de fissure. Ces écarts sont localisés dans une zone proche de la pointe de fissure ( $0,25 < R=r/h < 0,5$ ) et cette zone est appelée zone 3D. Dans le cas dynamique, des effets transitoires additionnels apparaissent. Les simulations numériques (exemple : eXtended Finite Element Method (XFEM) [5]) ont été développées pour simuler des propagations de fissure. Les premiers travaux étaient essentiellement bidimensionnels, actuellement des modèles 3D numériques permettent de simuler une propagation de fissure [6]. Pour valider ces dimensions, des comparaisons entre des résultats expérimentaux et numériques seraient intéressants. Mais contrairement au cas statique, accéder aux champs de déplacements hors-plan dynamiques n'est pas aisé. Dans notre

laboratoire, les champs expérimentaux peuvent être extraits à partir des interférogrammes dynamiques. Avec ces données expérimentales, le domaine de validité de la théorie bidimensionnelle est déterminé en fonction de la vitesse de propagation de la fissure ( $V$ ). Proche de la pointe de fissure, les formes des déplacements hors-plan normalisés par le Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) sont étudiées en fonction de la vitesse ( $V$ ).

## 2 Montage expérimental et comparaisons avec la théorie 2D

### 2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental dynamique (figure 1) est composé d'un interféromètre de Michelson, d'un système de chargement ( $\sigma$  constant) et d'un système d'initiation et de propagation de la fissure à air comprimé. Ce dernier se décrit par l'impact d'une lame sur une pré-fissure ( $a_p=1\text{mm}$ ) apportant une énergie suffisante à la propagation brutale de la fissure. L'enregistrement des interférogrammes est réalisé par un prototype de caméra CCD ultra-rapide développé au laboratoire. Le système d'acquisition est composé de 12 caméras indépendantes. La fréquence maximale et le temps d'obturation sont respectivement de  $6 \text{ Mi.s}^{-1}$  et 150 ns. Pour extraire l'information des déplacements expérimentaux ( $U_z$ ) des différents interférogrammes, la méthode MPC (Modulated Phase Correlation) [7] est utilisée et a été spécialement développée pour des études dynamiques. En effet, avec cette méthode, le relief est extrait à partir d'une seule image [8]. La résolution de la méthode est de l'ordre du  $20^{\text{ième}}$  de pas ( $1 \text{ pas} = 0,257 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ ).

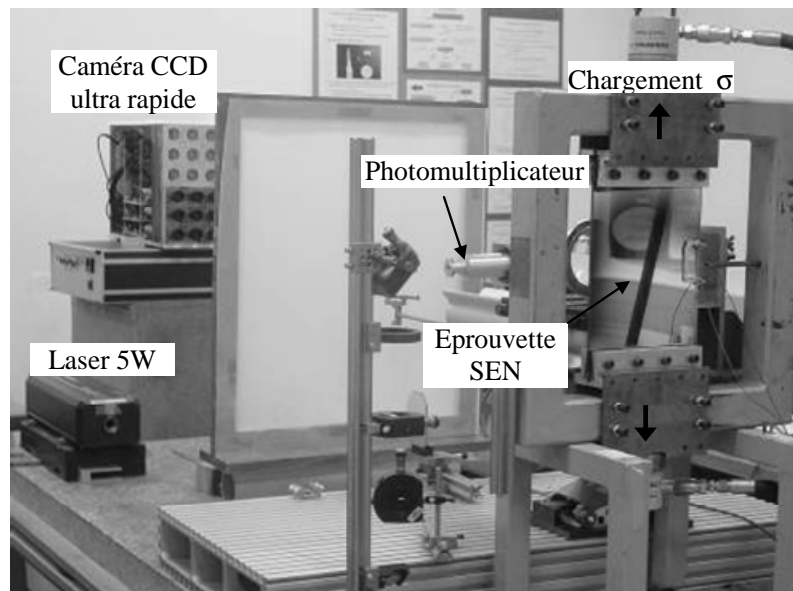


FIG. 1 – Montage expérimental pour mesurer les déplacements hors-plan dynamique.

Les différentes éprouvettes sont extraites à partir d'une même plaque. Le module d'Young ( $E$ ) et le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) sont respectivement égaux à 3000 MPa et 0,35. La valeur de la vitesse de propagation est directement liée au chargement appliquée ( $\sigma$ ). Le tableau 1 présente les données concernant le chargement, la vitesse de propagation de la fissure et le système d'acquisition.

Essais	$\sigma$ [MPa]	$V$ [ $\text{m.s}^{-1}$ ]	$f$ [kHz]	$\Delta t$ [ns]	$c_1$	$c_2$	$c_3$
0	0,750	0	/	/	10	1,40	9
1	1,570	220	100	200	1,512	0,805	1,854
2	3,140	430	100	200	0,805	0,634	0,512
3	3,925	480	100	200	1,122	0,537	0,585
4	5,495	540	250	320	1,40	0,38	0,50
5	7,851	690	125	320	1,70	0,40	0,40

Tableau 1: Données expérimentales et valeurs de  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  obtenus pour les différents essais.

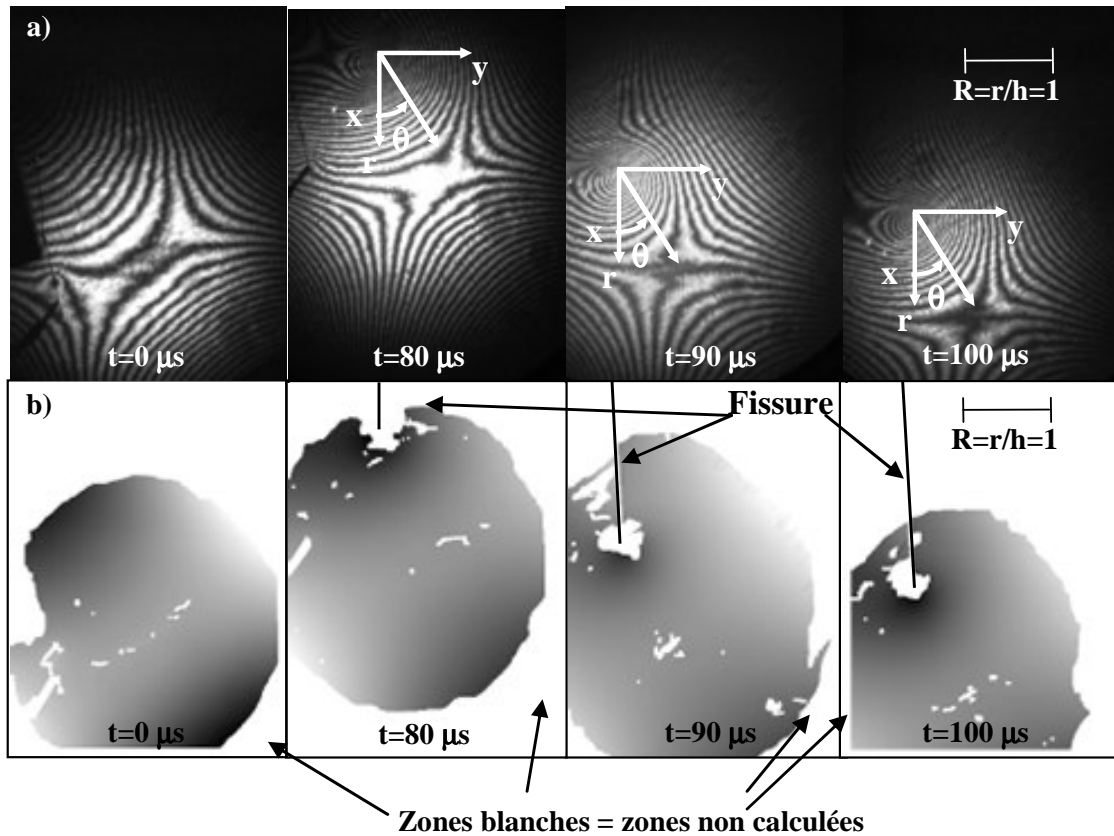


FIG. 2 – Interférogrammes enregistrés lors de la propagation de la fissure ( $\Delta t=200$  ns). b) Champs de phase proche de la pointe de fissure.

La figure 2 montre les interférogrammes dynamiques lors de la propagation de la fissure et les champs de phase extraits pour l'essai 1. Avec les champs de phase (figure 2b) et une relation optico-géométrique, le relief peut être obtenu. Le déplacement hors-plan est obtenu en soustrayant le relief initial ( $t=0$   $\mu s$ ) aux autres reliefs présentant la fissure dans le champ et en ajoutant une constante [9].

## 2.2 Comparaison entre les données expérimentales et les formulations théoriques

Dans la littérature, deux expressions définissent les déplacements hors-plan lors d'essais dynamiques. La première (équation 1) est déduite de la mécanique de la rupture linéaire [3] tenant compte du caractère dynamique de l'événement ( $K_{Id}$ ). La seconde (équation 2) a été spécialement développée à partir d'essais expérimentaux [10] et a évolué pour tenir compte des effets 3D et transitoires [8]. Le système de coordonnées cylindriques ( $R, \theta$ ) est centré en pointe de fissure.

$$U_{z-2D}(R, \theta) = -\frac{vK_{Id}\sqrt{h}}{E} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} + cte \quad \text{avec } cte=0 \quad (1)$$

$$U_{z-3D}(R, \theta) = -\frac{vK_{Id}\sqrt{h}}{E} \left[ \frac{c_2 e^{-c_2 R}}{1 + \sqrt{c_1 R}} + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - e^{-c_3 R}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} \right] \quad (2)$$

où  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont des constantes à déterminer

Les termes  $h$ ,  $K_{Id}$  représentent l'épaisseur et le FIC dynamique [11] [12]. Les valeurs de  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  sont

obtenues en minimisant les écarts entre les déplacements hors-plan ( $U_z$ ) et l'expression (équation 2). Le tableau 1 présente les valeurs de ces constantes pour les différents essais. A partir des équations 1 et 2, les valeurs de  $K_{Id}$  peuvent être obtenues pour chacun des essais expérimentaux. Les évolutions de  $K_{Id}$  sont tracées pour  $\theta=0^\circ$ .

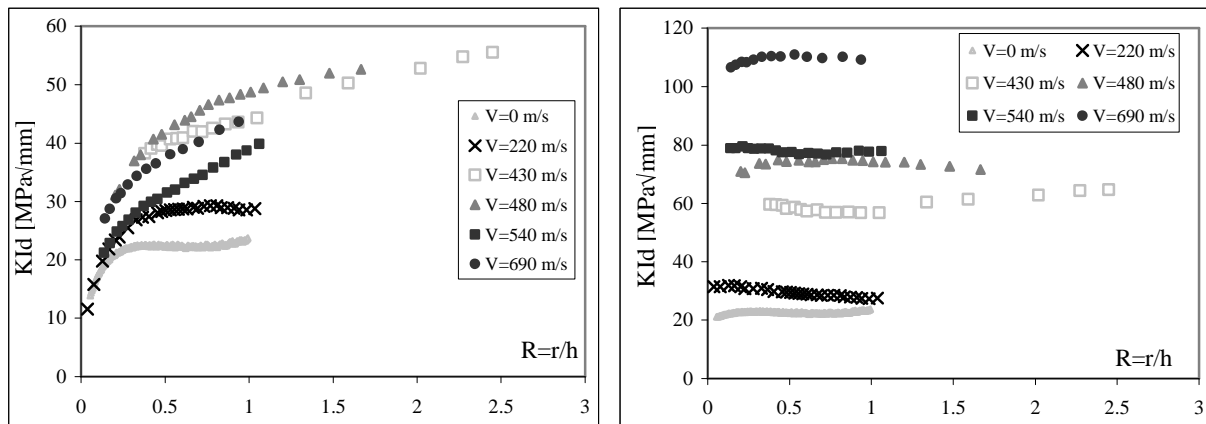


FIG. 3 – a) Evolution de  $K_{Id}$  à partir de l'équation 1 et des données expérimentales. b) Evolution de  $K_{Id}$  à partir de l'équation 2 et des données expérimentales

Sur la figure 3a, le calcul de  $K_{Id}$  à partir des données expérimentales et des formulations théoriques présente une décroissance des valeurs au voisinage de la pointe de fissure. Ces résultats sont en contradiction avec la définition du FIC qui est supposé constant sur tout le champ. Le développement de la formulation empirique ( $U_{z-3D}$ ) présente deux avantages. Le premier est une bonne représentation des champs expérimentaux en fonction de la vitesse de propagation. Le second concerne  $K_{Id}$  où avec la formulation développée, les valeurs des FIC dynamiques ( $K_{Id}$ ) sont constantes (figure 3b). Avec l'équation 2 et l'expression théorique (équation 1), les divergences entre les résultats expérimentaux et l'équation 1 peuvent être déterminés, dans la zone proche de la pointe de fissure. L'étendue de la zone de divergence est définie par un critère ( $Crit = (U_{z-2D} - U_{z-3D}) / K_{Id} = 1.10^{-5} \text{ mm}^{1/2} \cdot \text{MPa}^{-1}$ ) dont la valeur est définie dans le cas statique (essai 0) et permet d'obtenir une aire de rayon  $R \approx 0.25$ . La même valeur de ce critère est appliquée aux essais dynamiques. L'étendue de la zone de effets 3D et transitoires est tracée sur la figure 4. Quand les écarts sont inférieurs à la valeur (Crit), le déplacement hors-plan théorique est suffisant pour caractériser les déplacements. Mais quand les divergences sont supérieures à la valeur Crit, des effets 3D et transitoires sont présents.

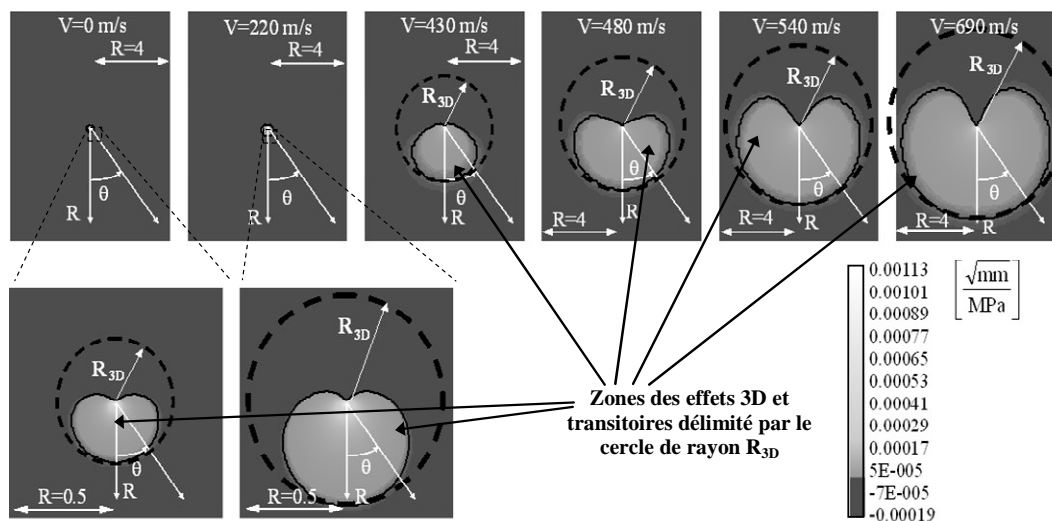


FIG. 4 – Etendue de la zone des effets 3D et transitoires en fonction de la vitesse de propagation de la fissure

Dans la suite de cette étude, les zones de divergences ou zones des effets 3D et transitoires sont appelées zones des effets 3D. En analysant la figure 2, le nombre de données à l'arrière de la fissure est faible par rapport au nombre de données en amont de la fissure. Dans ces conditions, les zones 3D sont délimitées par un cercle de rayon  $R_{3D}$  (cercle en pointillé = zone 3D). Dans cette zone, les valeurs Crit sont supérieures à  $1.10^{-5} \text{ mm}^{1/2} \cdot \text{MPa}^{-1}$ . Sur la figure 4, les zones de divergences et les cercles en pointillé sont tracés pour les différents essais. Nous pouvons noter une augmentation du rayon du cercle correspondant à l'étendue de la zone 3D, en fonction de la vitesse de propagation de la fissure. Dans cette zone, la formulation théorique (équation 1) n'est pas suffisante pour prédire les déplacements hors-plan réels lors de la propagation de la fissure. Pour les différents cas ( $V=0$  à  $690 \text{ m.s}^{-1}$ ), la valeur de  $R_{3D}$  est obtenue suivant la direction de propagation de la fissure ( $\theta=0^\circ$ ). Proche de la vitesse de branchement, mesurée expérimentalement à  $V_{\text{MAX}}=700 \text{ m.s}^{-1}$ , l'étendue de la zone 3D atteint  $R_{3D} \approx 4,43$  soit une zone de rayon  $r_{3D} \approx 26,58 \text{ mm}$ . Ainsi, la zone des effets 3D et transitoires lors d'événements dynamiques de propagation de fissure ne peut être négligée. Une approche 3D proche de la pointe de fissure est donc nécessaire pour caractériser le comportement lors de la propagation de fissure.

### 3 Evolution de $R_{3D}$

L'évolution de la zone 3D peut être étudiée en fonction de la vitesse de propagation de la fissure et du chargement appliqué ( $\sigma$ ) (figure 5). L'analyse concerne l'extraction des valeurs du rayon  $R_{3D}$ .

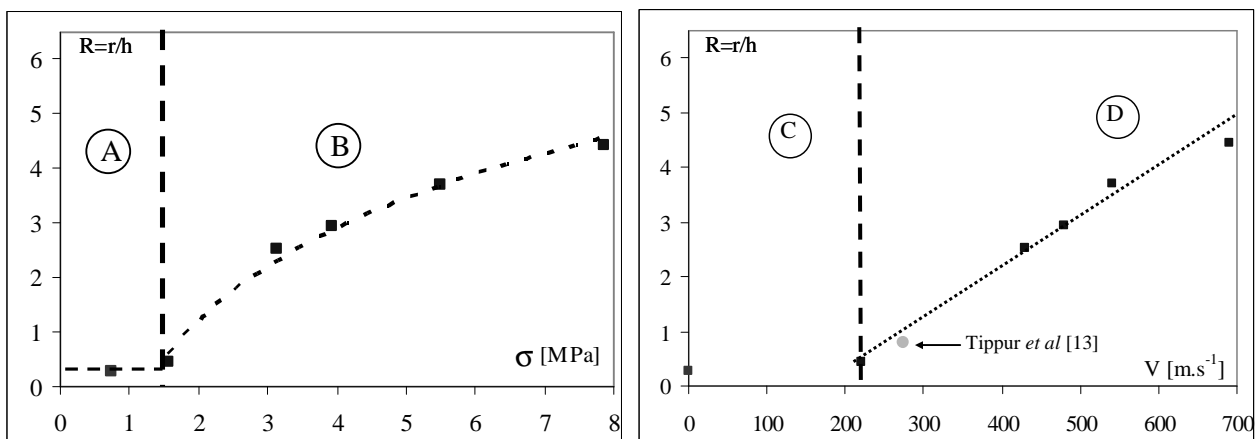


FIG. 5 – a) Evolution de  $R_{3D}$  en fonction de  $\sigma$ . b) Evolution de  $R_{3D}$  en fonction de  $V$ .

Sur la figure 5a, deux évolutions différentes (A et B) sont présentes. Dans la première zone (A), l'évolution concerne le cas quand l'éprouvette présente une fissure stationnaire de longueur (a). Dans ce cas, l'évolution de la zone 3D est constante en fonction du chargement. Dans la seconde zone (B), nous avons tracé les valeurs de  $R_{3D}$  et l'évolution de  $R_{3D}$  en fonction de  $\sigma$  semble être logarithmique. Contrairement aux résultats de  $R_{3D}$  en fonction de  $\sigma$ , l'évolution de  $R_{3D}$  semble être linéaire en fonction de  $V$  (zone D sur la figure 5b). Dans la zone C, l'initiation et la propagation de la fissure sont difficiles car le chargement appliqué est faible et donc l'énergie de déformation n'est pas suffisante pour entretenir la propagation. Dans la zone D, l'évolution de  $R_{3D}$  semble être linéaire. Cette constatation est confortée par les travaux de Tippur [13], qui a extrait les valeurs des FIC à partir de données expérimentales. Le décrochement des valeurs de FIC dynamiques est proche de  $R_{3D} \approx 0,8$  pour une vitesse de  $V = 275 \text{ m.s}^{-1}$ .

### 4 Conclusion

Plusieurs essais sur un même matériau (PMMA) ont été conduits à différentes vitesses de propagation de la fissure ( $V=0$  à  $690 \text{ m.s}^{-1}$ ). Les premiers résultats nous permettent de définir l'étendue de la zone 3D en fonction de la vitesse ( $V$ ) et du chargement ( $\sigma$ ). Pour ce matériau et pour des dimensions géométriques imposées, nous pouvons noter une évolution croissante de la zone 3D en fonction de la vitesse de propagation de la fissure. Ainsi la formulation théorique du déplacement hors-plan n'est pas adaptée

pour caractériser le déplacement proche de la pointe de fissure. Contrairement aux essais (expérimentaux et numériques) en statique où la zone des effets 3D vaut  $R_{3D}=0,5$  (au maximum), cette zone (effets 3D et transitoires) peut atteindre  $R_{3D}\approx 4,43$  dans le cas dynamique. De plus, la zone des effets 3D et transitoires semble avoir une évolution logarithmique en fonction de ( $\sigma$ ) et linéaire en fonction de ( $V$ ). Finalement avec ces essais expérimentaux obtenus à différentes vitesses de propagation de la fissure, l'étude nécessite une approche tridimensionnelle du problème de fissuration. Ainsi, l'approche théorique 2D n'est pas suffisante dans une zone qui peut atteindre un rayon de 26 mm centré en pointe de fissure.

## References

- [1] Rosakis A. J. et Ravi-Chandar K., On crack-tip stress state: An experimental evaluation of three-dimensional effects. *Int J Solids Struct* Volume 22, 2 (1986), 121-134.
- [2] Nakamura T. et Parks D. M., Three-dimensional stress field near the crack front of a thin elastic plate. *J Appl. Mech.* Volume 55 (1988), 805-813.
- [3] Westergaard H. Bearing pressures and cracks. *J Appl. Mech.* Volume 6 (1939), 49-53.
- [4] Eftis J., Subramonian, H. et Liebowitz H., Crack border stress and displacement equations revisited. *Eng. Fract. Mech.* Volume 9 (1977), 189-210.
- [5] Moës N., Dolbow J. et Belytschko T., A finite element method for crack growth without remeshing. *Int J Numer Meth. Eng* Volume 46, 1 (1999), 131-150.
- [6] Ercan Gürses et Christian Miehe. A computational framework of three-dimensional configurational-force-driven brittle crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(15-16):1413–1428, March 2009.
- [7] Robin E. and Valle, V., Phase demodulation from a single fringe pattern based on a correlation technique. *Appl. Opt.* Volume 43(22), 22 (2004), 4355-4361.
- [8] Hedan S., Pop O., Valle V. et Cottron M., Dynamic optical interferometry applied to analyse out of plane displacement fields for crack propagation in brittle materials, 8th International Conference on Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading (Dijon, 2006), vol. 134, pp.597-601.
- [9] Hedan S., Valle V. et Cottron M., Experimental localisation of the 3D and transient effects near the crack tip for different crack velocities in brittle materials. *C. R. Mec.* Volume 335, 4 (2007), 238-244.
- [10] Humbert L., Valle V., et Cottron M., Experimental determination and empirical representation of out-of-plane displacements in a cracked elastic plate loaded in mode I. *Int. J. Solids Struct.* Volume 37, 39 (2000), 5493-5504.
- [11] Irwin G., Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.* Volume 24, 3 (1957), 361-364.
- [12] Beinert J. et Kalthoff F., Experimental determination dynamic stress intensity factors by method shadow patterns. *Mech. Fract.* Volume 7 (1981), 281-330.
- [13] Tippur H., Krishnaswamy S. et Rosakis A., Optical mapping of crack tip deformations using the methods of transmission and reflection coherent gradient sensing: a study of crack tip K-dominance. *Int J Fract* Volume 52, 2 (1991), 91-117.