

# Modélisation du comportement dynamique du prototype d'un concept de miroir déformable pour l'E-ELT

R. GASMI<sup>a</sup>, P. JAGOUREL<sup>a</sup>, J.L. DOURNAUX<sup>a</sup>, J.C. SINQUIN<sup>b</sup>, D. LE BIHAN<sup>c</sup>

a. *Laboratoire Galaxies Etoiles Planètes Instrumentation (GEPI), Observatoire de Paris, CNRS, Université Paris VII, 11 rue Marcellin Berthelot, 92195 MEUDON*

b. *CILAS, 8 avenue Buffon, Z.I. La Source, 45100 ORLEANS*

c. *ONERA, 29 avenue de la Division Leclerc, 92322 CHATILLON*

## Résumé :

L'E-ELT est un projet d'extrêmement grand télescope européen piloté par l'ESO dont la première lumière est attendue en 2017. Il intègrera dans son schéma optique une optique adaptative équipée d'un miroir déformable destinée à corriger les perturbations liées à la turbulence atmosphérique. Les dimensions (diamètre et masse) élevées de ce miroir rendent incertaine l'absence d'interactions entre le fonctionnement du miroir et ses modes propres. L'étude présente s'intéresse à la modélisation du prototype d'un concept de miroir déformable proposé par l'industriel CILAS. L'accent est mis sur la base modale et sur les réponses fréquentielles à des excitations de type inclinaison.

## Abstract:

E-ELT is a project of European extremely large telescope driven by ESO. Its first light is planned in 2017. It will include in its optical scheme an adaptive optics unit with a deformable mirror to correct effects of atmospheric turbulence. Due to the high dimensions of this mirror, we have to check that dynamic behaviour of the mirror will not interact with its functional behaviour when working. This paper focuses on concept prototype modelling of this mirror (modal base and frequency response to tilt excitations).

**Mots clefs :** miroir déformable, E-ELT, comportement dynamique, actionneur, éléments finis, tilt

## 1 Introduction

Depuis près d'une décennie, l'ESO (« European Southern Observatory ») en partenariat étroit avec la communauté astronomique européenne et des entreprises industrielles de premier plan a travaillé à la conception d'un télescope extrêmement grand européen, l'E-ELT (« European Extremely Large Telescope », figure 1), visant une amélioration d'un facteur supérieur à 25 de la collecte de lumière et d'un facteur 5 de la netteté de l'image, par rapport à la génération actuelle de télescopes de classe 8 m comme le VLT (« Very Large Telescope ») actuellement en fonctionnement au Chili.



FIG. 1 – Vue d'ensemble du projet E-ELT

La mise en service de ce télescope est prévue pour 2017. Doté d'un miroir primaire de 42 m de diamètre, ce télescope intégrera dans son schéma optique une optique adaptative destinée à corriger les effets de la turbulence atmosphérique. En effet, lorsque les ondes lumineuses traversent la couche turbulente constituée de masses d'air de températures, et donc de densités, différentes, le front d'onde initialement plan se retrouve perturbé ce qui se traduit par une très forte dégradation de l'image observée. Dans un système d'optique adaptative, les perturbations du front d'onde sont mesurées en temps réel et transmises à un miroir déformable dont la surface optique est modifiée afin de rendre le front d'onde à nouveau plan [1].

L'industriel français CILAS, fabricant de miroirs déformables, a proposé à l'ESO un design préliminaire de miroir déformable dans lequel une plaque optique déformable est fixée sur une matrice d'actionneurs piézoélectriques eux-mêmes encastrés dans une base plate (figure 2). L'application d'un champ de tension adéquat sur les actionneurs provoque leur allongement défini par l'effet piézoélectrique inverse (équation 1) ainsi qu'une déformation de la plaque optique qui permettra de corriger le front d'onde perturbé. L'effet piézoélectrique inverse peut être décrit par l'équation 1 [2] :

$$\varepsilon = S\sigma + d^T E \quad (1)$$

où  $\varepsilon$ ,  $S$ ,  $\sigma$ ,  $d$  et  $E$  désignent respectivement la déformation, la matrice 6x6 de compliance à tension constante, la matrice des coefficients piézoélectriques et le vecteur champ électrique.

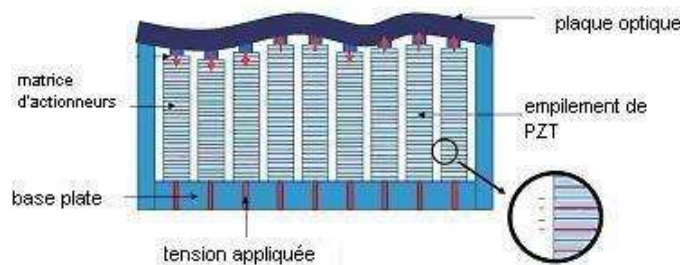


FIG. 2 – Principe du concept de miroir déformable de l'E-ELT proposé par CILAS

Toutefois, les dimensions inédites de ce miroir (environ 8000 actionneurs de course 60  $\mu\text{m}$  PV, diamètre : 2.5 m), largement supérieures aux dimensions des miroirs actuellement commercialisés dont le diamètre reste en-deçà de 0.5 m, conduisent à un rapport rigidité/masse critique et peuvent être à l'origine de perturbations liées aux modes propres du miroir lors de son fonctionnement sachant que la fréquence d'échantillonnage visée pour corriger les perturbations atmosphériques (gamme de fréquences entre 10 et 100 Hz) est de 1200 Hz.

Afin d'identifier d'éventuels points critiques, l'ESO a inclus dans sa demande la réalisation d'un prototype de 1 m de diamètre. Nous nous intéressons ici à la modélisation par éléments finis du comportement dynamique de cette structure afin de valider le concept. Après une brève présentation de ce prototype, nous détaillerons le modèle éléments finis, les conditions aux limites et les méthodes utilisées puis nous présenterons la base modale du prototype en établissant un lien avec les modes propres des différents éléments du miroir. Dans la dernière partie, nous présenterons les réponses fréquentielles à des excitations de type tilt (ou inclinaison).

## 2 Description du prototype

Le prototype du miroir déformable de l'E-ELT est composé d'une fine plaque optique en verre K20, de plus de 800 actionneurs répartis selon une maille carrée et d'une base plate composée d'une couche de SiC et d'une couche d'Invar. La plaque optique et la base plate peuvent être assimilées à des plaques annulaires. Les actionneurs sont constitués d'une tête en invar, d'un corps en PZT et d'un pied en alumine. Pour des raisons économiques et à la différence du miroir réel, seule une partie des actionneurs est active et peut donc se déformer. La répartition des actionneurs actifs et des actionneurs factices proposée par CILAS est représentée figure 3. Plus de détails sur la géométrie du prototype sont disponibles dans la référence [3].

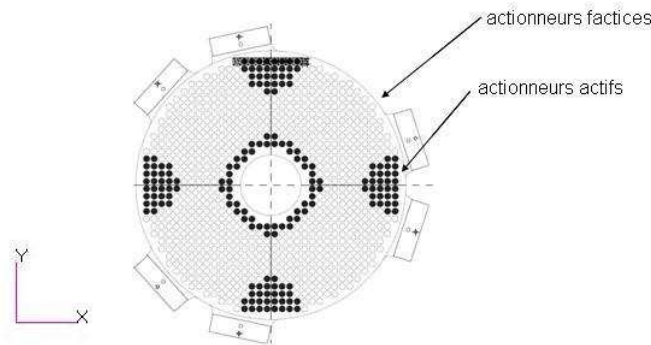


FIG. 3 – Implantation des actionneurs actifs et factices du prototype

### 3 Modèle

Le modèle éléments finis a été élaboré sous MD.PATRAN et présente 118 315 nœuds. Il est réalisé à partir de la duplication de la séquence élémentaire illustrée figure 4 et constituée d'un actionneur et d'une portion carrée de plaque optique et de base plate. La plaque optique et la base plate sont modélisées par des éléments coque QUAD4. La base plate est modélisée en matériau composite. Les actionneurs en PZT et leurs interfaces de connexion sont modélisés par des éléments poutre CBEAM2. Les connexions entre les actionneurs et la plaque optique ou la base sont assurées par des éléments de connexion rigide de type RBE3. L'analogie thermique [4] est utilisée pour modéliser l'effet piézoélectrique inverse des actionneurs. Plus de détails sont disponibles dans la référence [5].

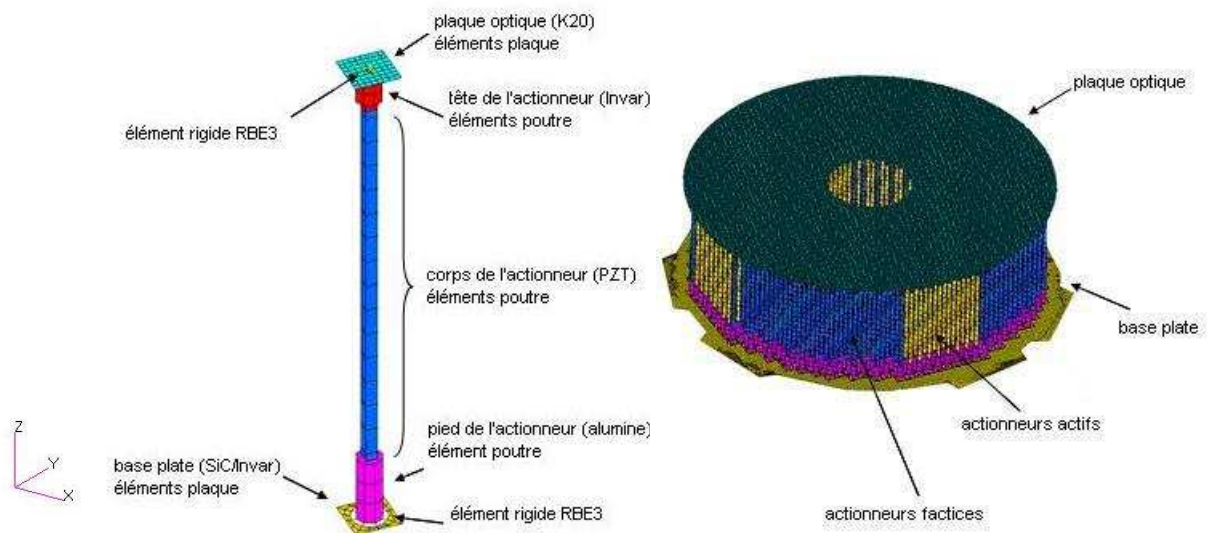


FIG. 4 – Séquence élémentaire constituée d'un actionneur et modèle éléments finis du prototype de 1 m

Le prototype est testé en libre-libre afin de pouvoir reproduire aisément et sans ambiguïté ces conditions aux limites lors d'une future caractérisation expérimentale. La base modale est calculée sous MD.Nastran (Sol 103) entre 0 et 800 Hz par séries de 30 modes. Les réponses fréquentielles sont calculées entre 250 et 420 Hz sous MD.Nastran en utilisant une méthode directe (Sol 108), les méthodes modales n'étant pas avantageuses à cause du nombre élevée de modes locaux. Elles sont calculées pour une excitation en tilt avec l'intégralité (tilt) ou une portion (pseudo-tilt) des actionneurs actifs. La répartition des actionneurs actifs est définie sur la figure 3. Les tensions/températures appliquées conduisent à des amplitudes de l'excitation de  $\pm 18 \mu$  pour le tilt et  $\pm 15 \mu$  pour le pseudo-tilt. Un balayage en fréquence linéaire est utilisé avec un pas de 5 Hz sauf près des résonances (bandes de fréquence [285, 315] et [370, 400]) où il est de 1 Hz. Une valeur d'amortissement structural de 0.01 (équivalent à une surtension à la résonance de  $Q = 100$ ) est utilisée. Les réponses fréquentielles sont exprimées sur les nœuds dont les coordonnées sont données dans le tableau suivant où R et r désignent respectivement le rayon externe et le rayon du trou central du miroir.

| Nœud | Localisation                 | Coordonnées (X, Y) |
|------|------------------------------|--------------------|
| 1    | surface de la plaque optique | (-R,0)             |
| 2    | surface de la plaque optique | (-r,0)             |
| 3    | surface de la plaque optique | (r,0)              |
| 4    | surface de la plaque optique | (R, 0)             |
| 5    | surface de la plaque optique | (0, -R)            |
| 6    | surface de la plaque optique | (0, -r)            |
| 7    | surface de la plaque optique | (0, r)             |
| 8    | surface de la plaque optique | (0, R)             |
| 13   | surface de la base plate     | (-R,0)             |
| 14   | surface de la base plate     | (R, 0)             |
| 15   | surface de la base plate     | (0, -R)            |
| 16   | surface de la base plate     | (0, R)             |

TAB. 3 – Coordonnées des nœuds utilisés pour la réponse fréquentielle

#### 4 Base modale

L'analyse modale en libre-libre entre 0 et 800 Hz a permis d'identifier les modes non rigides décrits dans le tableau suivant.

| N° | Fréquence (Hz) | Description  |
|----|----------------|--|
| 1  | 66             | Flexion du 1 <sup>er</sup> ordre des actionneurs / Rotation de la plaque optique/z     |
| 2  | 71             | Flexion du 1 <sup>er</sup> ordre des actionneurs / Translation de la plaque optique/y  |
| 3  | 72             | Flexion du 1 <sup>er</sup> ordre des actionneurs / Translation de la plaque optique/x  |
| 4  | 285            | 1 <sup>er</sup> astigmatisme (45°) de la base plate                                    |
| 5  | 291 → 315      | Plus de 1000 modes locaux de flexion du 1 <sup>er</sup> ordre d'actionneurs            |
| 6  | 375            | Flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre des actionneurs / Rotation de la plaque optique/z    |
| 7  | 377            | Flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre des actionneurs / Translation de la plaque optique/y |
| 8  | 377            | Flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre des actionneurs / Translation de la plaque optique/x |
| 9  | 387            | 2 <sup>nd</sup> astigmatisme (0°) de la base plate                                     |
| 10 | 521            | Défocalisation de la base plate  |
| 11 | 747            | Flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre des actionneurs                                      |
| 12 | 752            | Flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre des actionneurs                                      |
| 13 | 772            | Plus de 1000 modes locaux de flexion du 2 <sup>ème</sup> ordre d'actionneurs           |

TAB. 3 – Description des modes du prototype du miroir déformable en libre-libre

La base modale présente des modes de plaque annulaire [6] (astigmatismes et défocalisation) et des modes de poutres. Le découplage des modes d'astigmatisme est essentiellement dû au maillage carré de la matrice des actionneurs qui induit une rigidité plus importante selon un axe à 45° que selon un axe à 0°. Tous les modes se font avec des flexions des actionneurs susceptibles de provoquer un endommagement en fatigue de ceux-ci. Afin de valider les ordres de grandeur des fréquences calculées et d'approfondir le comportement des actionneurs, nous avons comparé les fréquences précédentes aux expressions analytiques de la n<sup>ième</sup> fréquence propre de la partie en PZT d'un actionneur, assimilé à une poutre de même section carrée et soumis à différentes conditions aux limites. Cette fréquence est donnée par l'équation 2 [6] :

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho L^4}} \quad (2)$$

$$I = \frac{b^4}{12} \quad (3)$$

où  $b$ ,  $E$ ,  $\rho$ ,  $L$  et  $I$  désignent respectivement le côté, le module d'Young, la masse volumique linéaire, la longueur et le moment d'inertie de la poutre. Le paramètre  $\beta_n L$  dépend des conditions aux limites et est donné dans la référence [7]. Une application numérique conduit à un premier mode à 64.2 Hz pour un actionneur encasté-libre et 282.8 Hz pour un actionneur appui simple-encasté et à un second mode

à 402.6 Hz pour un actionneur encastré-libre et 913.1 Hz pour un actionneur appui simple-encastré. L'ordre de grandeur de ces valeurs est cohérent avec les valeurs issues de la simulation. Par ailleurs, un rapprochement de ces fréquences avec les fréquences de certains modes du miroir nous permet d'identifier le comportement des actionneurs sur ces modes. Ainsi, les actionneurs se comportent dans les modes 1 à 3 et 6 à 8, dans lesquels il n'y a pas de déformation de la plaque optique, comme des poutres encastrées-libre tandis qu'ils se comportent comme des poutres appui-simple encastrées dans les modes 5 et 11 à 13 dans lesquels il y a une déformation de la plaque optique.

Les modes 1 à 3 se font sans déformation selon z de la plaque optique et n'ont donc pas d'effet sur la qualité optique du prototype. Les modes locaux 5 débutent à une fréquence proche du premier astigmatisme et sont susceptibles de se coupler avec celui-ci. Il en est de même pour les modes 6 à 8 et le second astigmatisme.

## 5 Réponses fréquentielles

Les réponses du prototype à une excitation de type tilt suivant x, avec une partie (pseudo tilt) ou l'ensemble (tilt) des actionneurs actifs, sont calculées entre 250 et 420 Hz. Le tilt fait partie des polynômes de Zernike. Ces polynômes sont des fonctions définies sur un disque de rayon unité et permettent par des combinaisons linéaires d'exprimer un front d'onde quelconque. Le tilt correspond à une inclinaison de ce disque unitaire.

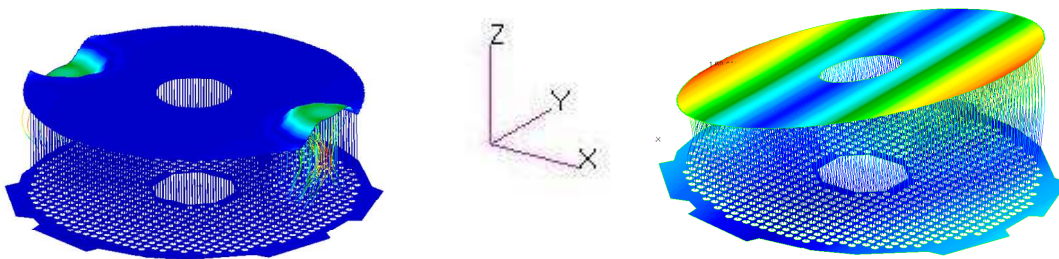


FIG. 4 – Déformées statiques d'un pseudo tilt et d'un tilt selon x

L'intérêt de calculer de telles réponses fréquentielles est double. En tant que réponse à un polynôme de Zernike, elle permet d'identifier les modes propres du miroir susceptibles de se manifester lorsque celui-ci est en fonctionnement. Par ailleurs, la comparaison entre le pseudo tilt et le tilt doit permettre de pointer d'éventuelles différences de comportement liées à l'activation partielle des actionneurs. Les figures suivantes comparent les déplacements selon z sur la plaque optique et sur la base plate entre un pseudo tilt et un tilt. Un déplacement selon z ces courbes se traduit par une dégradation des propriétés optiques du miroir liées à son comportement dynamique.

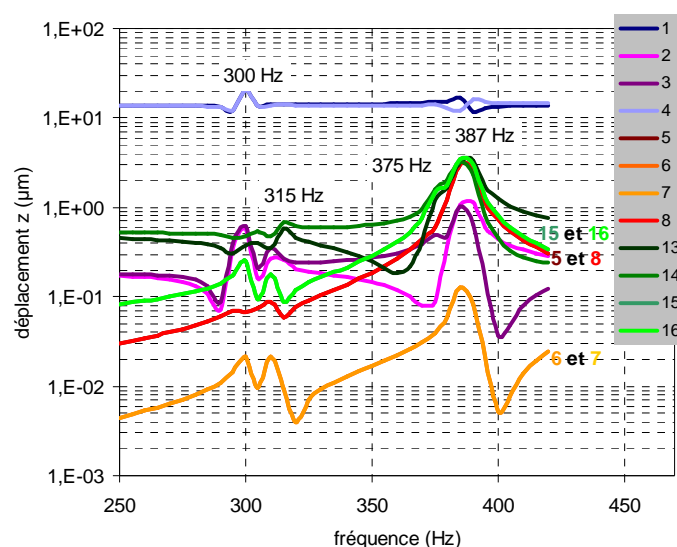


FIG. 5 – Réponse fréquentielle sur la plaque optique et sur la base plate pour une excitation pseudo-tilt / x



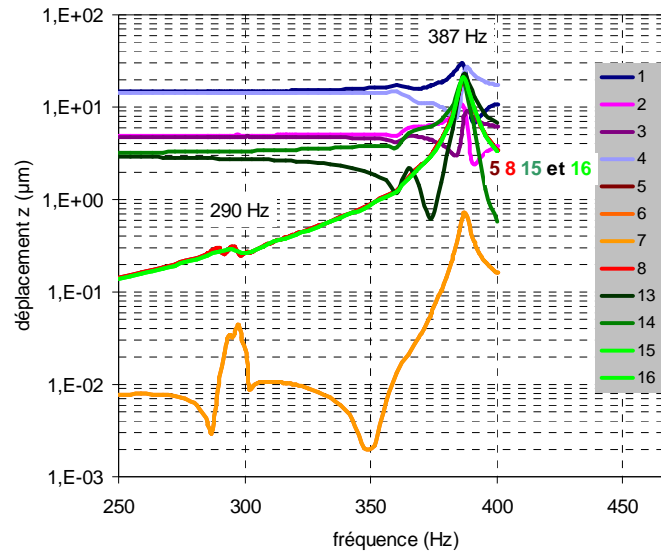


FIG. 6 – Réponse fréquentielle sur la plaque optique et sur la base plate pour une excitation tilt / x

Le second astigmatisme est le seul mode de plaque excité et ce, indépendamment du nombre d'actionneurs actifs. Par contre, les modes locaux d'actionneurs entre 291 et 315 Hz sont davantage excités avec un pseudo tilt à cause de la flexion locale plus élevée exercée sur les actionneurs lors d'un pseudo tilt.

## 6 Conclusion

La caractérisation du comportement dynamique en libre-libre du prototype du concept de miroir déformable pour l'E-ELT proposé par CILAS a été présentée. La base modale entre 0 et 800 Hz présente des modes de plaque annulaire (astigmatismes, défocalisation) ainsi que 2 groupes de modes de flexion des actionneurs selon le comportement de ceux-ci (encastrés-libres ou appui simple-encastrés). Une réponse fréquentielle à une excitation tilt entre 250 et 420 Hz a également été menée afin d'identifier les modes parasites susceptibles de survenir en fonctionnement ainsi que les conséquences de l'utilisation d'une partie seulement des actionneurs pour exciter le prototype. Une excitation en tilt selon x peut exciter le second astigmatisme du miroir à 387 Hz, mode susceptible de dégrader les propriétés optiques du miroir indépendamment du nombre d'actionneurs excités. L'activation partielle des actionneurs conduit toutefois à une réponse plus importante des modes d'actionneur entre 291 et 315 Hz. Ces modes peuvent par ailleurs contribuer à un endommagement en fatigue des actionneurs et sont susceptibles de se coupler avec les astigmatismes dont les fréquences sont proches. L'étape suivante consistera en des mesures expérimentales au marteau d'impact et devrait permettre de valider les fréquences calculées et de préciser les amortissements réels de cette structure afin de les réinjecter dans les calculs. Ces essais permettront également de conclure sur la nécessité de reprendre partiellement la conception du miroir déformable afin de découpler les modes de flexion des actionneurs et ceux des plaques.

## References

- [1] Glindemann. A, Hippler. S, Berkefeld. T, Hackenberg. W, Adaptive optics on large telescopes Experimental astronomy 10, 5-47, 2000
- [2] Preumont A., Mechatronics. Dynamics of electromechanical and piezoelectric systems, 2006
- [3] Gasmi R., Crépy B., Ruhlmann D., Demonstration prototype finite element analysis report. Rapport d'avancement CILAS, 2009
- [4] Côté F., Masson P., Mrad N., Cotoni V., Dynamic and static modelling of piezoelectric composite structures using a thermal analogy with MSC/NASTRAN, Composite Struct. 65, 471-484, 2004
- [5] Gasmi R., Sinquin J.C., Jagourel P., Dournaux J.L., Le Bihan D., Hammer F, Modelling of a large deformable mirror for future E-ELT. Proc. Conférence SPIE. Papier n° 7017-75, 2008
- [6] So. J., Leissa. A. W., Three dimensional vibration of thick circular and annular plates, J. of Sound and Vibration, 209(1), 15-41, 1998
- [7] Ross A, Théorie des vibrations des systèmes continus, 2004