

# Modélisation d'un flux de particules sous entraînement centrifuge

A. LE QUINIOU, P. HÉRITIER, F. RIOUAL

*Cemagref, UR TSCF Technologies et systèmes d'information pour les agrosystèmes,  
Domaine des Palaquins - Varennes-sur-Allier, F-03150, France  
Aurelie.le-quiniou@cemagref.fr*

## Résumé :

*Nous modélisons un écoulement centrifuge de particules à haute vitesse de rotation par éléments discrets en utilisant le modèle d'interaction Spring-Dashpot. Pour valider ce modèle de force, nous présentons ici une procédure qui enregistre par caméra rapide, la trajectoire et les vitesses radiales et angulaires d'une particule le long d'une pale en rotation. Par comparaison avec l'étude théorique corps rigides réalisée par Le Quiniou et Rioual 2008 [1], nous discutons de l'influence de l'air, du glissement, du coefficient de restitution normal et de l'élongation de la particule sur sa trajectoire afin d'améliorer la modélisation.*

## Abstract :

*We model a centrifugal flow of particles along a high speed rotating wall by using the discrete element method with the Spring-Dashpot interaction model. We present an experimental procedure that records the trajectory and radial and angular velocities of a single particle along a rotating wall with a digital video camera with a view to validating the numerical model. The experimental results are compared with the theoretical model of Le Quiniou and Rioual in 2008 [1] under the rigid body theory. We discuss the influence of the air flow, sliding, normal restitution coefficient and elongation of the particle on its trajectory to improve the modelling.*

**Mots clefs :** DEM, Ecoulement granulaire haute vitesse, Force centrifuge, Frottement

## Introduction :

Dans le contexte d'agriculture de précision, le contrôle de la fertilisation doit permettre, d'une part d'optimiser les rendements et d'autre part de respecter l'environnement. Bien que mécaniquement simple (une trémie alimentant un disque surmonté de pales en rotation), les distributeurs centrifuges mettent en jeu des lois physiques complexes qui ne sont pas totalement caractérisées aujourd'hui. Ainsi le processus d'épandage est particulièrement sensible aux caractéristiques des machines, aux propriétés très différentes des engrais et aux conditions météorologiques (vent, humidité. . .).

L'objectif est d'étudier le comportement des particules d'engrais le long de la pale à haute vitesse de rotation et de tester une modélisation utilisant la méthode numérique des éléments discrets introduite par Cundall et Strack 1979 [2], dans l'hypothèse quasi-statique. Une interaction est représentée dans le modèle Spring-Dashpot de Cundall par un ressort élastique en parallèle avec un amortisseur newtonien (Brach 1991 [3]). On observe qu'à faible débit de la trémie, après un régime transitoire, les grains se retrouvent isolés le long de la pale. Ainsi avant d'étudier l'ensemble du processus d'épandage, on s'est focalisé sur l'interaction d'une seule particule avec une pale. Deux méthodes ont été développées à cet effet : un modèle théorique corps rigide à deux paramètres détaillé dans Le Quiniou et Rioual 2008 [1], équivalent au modèle Spring-Dashpot, et un prototype d'épandeur centrifuge mono particule couplé à une imagerie rapide. Trois types de particules dont les propriétés sont résumées Tab. 1 ont été considérés : des billes en plastique PVC, des particules d'engrais d'ammonitrate quasi-sphériques (A) et des particules d'engrais de Chlorure de Potassium de forte élongation (KCl) *i.e.* le rapport entre le diamètre maximal et le diamètre minimal est supérieur à 1.

Après la description du dispositif expérimental (§1), nous présentons les résultats comparatifs, entre l'analyse théorique [1] et les résultats expérimentaux pour les différentes particules. Nous déterminons l'influence de l'air (§2), du frottement (§3), du coefficient de restitution normal (§4) et de l'élongation de la particule (§5) sur sa trajectoire.

Propriétés	Particule modèle	Particule A	Particule KCl
diamètre moyen 2R (mm)	$5.93 \pm 0.02$	$3.55 \pm 1.83$	$2.92 \pm 2.21$
densité (g/cm <sup>3</sup> )	$1.86 \pm 0.01$	$0.92 \pm 0.02$	$1.074 \pm 0.01$
masse m (g)	0.203	0.021	0.014

TAB. 1 – Propriétés géométriques des particules utilisées.

## 1 Description du dispositif expérimental :

Le dispositif expérimental est schématisé Fig. 1. La particule est maintenue au bout d'un tuyau dans lequel on a fait le vide, l'électrovanne est en position ouverte. Un dispositif électronique (non représenté sur la figure) génère un signal qui déclenche simultanément la caméra et la fermeture de l'électrovanne. Soumise à la gravité, la particule tombe alors d'une distance constante ( $\approx 5\text{mm}$ ), sans vitesse angulaire, vers la pale rotative en acier. Le dispositif est réglé pour que l'impact particule-pale est lieu au milieu de celle-ci. La caméra numérique enregistre 3000 images par seconde pour une résolution de 1024x1024 pixels. Le réglage de l'éclairage est une étape importante pour des mesures de qualité.

L'utilisation de pales en acier, ayant subi des traitements de surface différents, permet de modifier les caractéristiques d'interaction : la pale P1 a été peinte en noir, P2 sablée, P3 poncée, P4 vernie et P5 a été recouverte d'une surface en caoutchouc. Par ailleurs, une bande blanche de 1mm est dessinée à l'équateur des particules sphériques pour indiquer leurs orientations (Fig. 2). Les mesures de la position (Fig. 3a) et de l'orientation (Fig. 3b) de la particule permettent de déduire les vitesses de translation et de rotation à chaque instant. Les erreurs expérimentales sur la position de la particule sont estimées à  $\pm 2\text{mm}$  et les erreurs sur l'orientation à  $\pm 5^\circ$  pour les particules modèles et  $\pm 10^\circ$  pour les particules A. Pour chaque configuration expérimentale (vitesse de rotation de la pale  $\Omega \in [500 - 1000]\text{rpm}$ , position initiale de la particule  $x_0 \in [1 - 8]\text{cm}$ , couple particule-pale), une statistique de 15 expérimentations a été réalisée. La normalité des distributions a été vérifiée avec la droite de Henry.

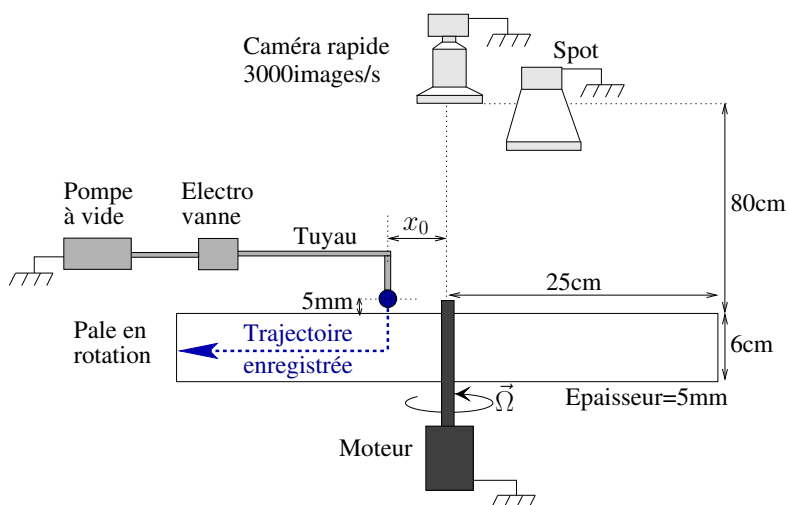


FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental.

FIG. 2 – Photographie de particules modèles. La particule de gauche est peinte en noir de façon à détecter sa vitesse angulaire.

Chaque collision particule-pale peut être caractérisée par le modèle de Walton 1988 [4] à trois paramètres supposés constants :

- deux paramètres qui caractérisent le comportement du centre de masse de la particule : le coefficient de restitution normal  $e_n$  et le coefficient de frottement dynamique  $\mu$ ,
- et un paramètre qui représente le mouvement tangentiel du point de contact : le coefficient de restitution tangentielle  $\beta$ .

Si Maw et al 1981 [5] et Johnson 1982 [6] ont démontré l'importance de considérer  $\beta$  due à la compléance tangentielle élastique, Gorham et Kharaz 2000 [7] estiment que les caractéristiques des rebonds sont correctement décrites par deux paramètres ( $e_n$ ,  $\mu$ ), si l'angle d'incidence avec la normale est supérieur à  $30^\circ$ . Dans notre étude, sur la pale en rotation, quelles que soient les conditions expérimentales ( $x_0 \in [1 - 8]\text{cm}$ ,  $\Omega \in [500 - 1000]\text{rpm}$ , couple particule-pale), les angles d'incidence suivants ont été mesurés :  $0^\circ$  au premier impact,  $51 \pm 2^\circ$  au second impact,  $64 \pm 2^\circ$  au troisième impact et  $71 \pm 2^\circ$  au quatrième impact. Comme les angles d'impact sont toujours supérieurs à  $30^\circ$  au-delà du second impact, on a choisi de représenter chaque collision avec le modèle simplifié à deux paramètres.

Type de pale	Particule modèle		Particule A	
	$e_n$	$\mu$	$e_n$	$\mu$
P1 : acier peint	$0.875 \pm 0.02$	$0.175 \pm 0.005$	$0.24 \pm 0.04$	$0.46 \pm 0.03$
P2 : acier sablé	$0.76 \pm 0.06$	$0.45 \pm 0.01$	-	-
P3 : acier poncé	$0.88 \pm 0.05$	$0.205 \pm 0.003$	$0.23 \pm 0.06$	$0.52 \pm 0.06$
P4 : acier verni	$0.68 \pm 0.06$	$0.164 \pm 0.005$	$0.46 \pm 0.09$	$0.29 \pm 0.03$
P5 : acier + caoutchouc	$0.80 \pm 0.06$	$0.64 \pm 0.01$	$0.68 \pm 0.03$	$0.93 \pm 0.07$

TAB. 2 – Paramètres mécaniques de collisions pour chaque couple : pale-particule modèle et pale-particule A.

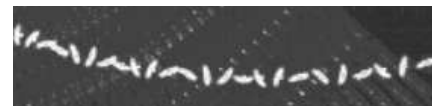
Pour nos trois types de particules sur la pale en rotation, chaque collision est estimée instantanée et équivalente à une collision sur pale statique, autrement dit les effets inertiels sont négligeables [1]. C'est pourquoi les deux paramètres ( $e_n, \mu$ ) ont été mesurés sur pale statique pour plus de précision. On a utilisé les modèles de collision suivants :

- le modèle de Foerster et al 1994 [8] pour les particules modèles et les particules A (Tab.2),
- le modèle de Sommerfeld et Huber 1999 [9] pour les particules KCl qui est une extension du modèle de Foerster pour des particules non sphériques. On trouve sur la pale P1,  $e_n = 1 - 0.00904\gamma$  où  $\gamma$  est l'angle d'incidence en degré et  $\mu = 0.36 \pm 0.05$ .

Si les mesures de frottement Coulombien, effectuées habituellement sur plan incliné dans les conditions de glissement sec, correspondent à des frottements de surface, les valeurs de  $\mu$  des modèles de collision doivent être interprétées comme des valeurs effectives du frottement prenant en compte les déformations plastiques [7]. Le frottement obtenu par collision correspond ainsi à des mesures de volume. Dans notre étude, les frottements sont déterminés par collision étant donné les déformations plastiques de nos matériaux (Le Quiniou et al 2007 [10]).



(a) Position de la particule.



(b) Orientation de la particule.

FIG. 3 – Séquences typiques acquises par caméra rapide pour une particule modèle.

## 2 Influence de l'air :

A haute vitesse de rotation, la gravité  $g$  est négligeable devant la force centrifuge :  $\frac{x_0\Omega}{g} \gg 1$ . L'étude est donc réalisée en 2D. La trajectoire d'une particule dans le repère de la pale ( $R'$ ) consiste en une phase de rebond dans laquelle les sauts ont une hauteur décroissante jusqu'au contact permanent le long de la pale (Fig. 4). On notera dans la suite la position  $(x, y)$ , la vitesse  $(\dot{x}, \dot{y})$  et le spin  $\dot{\theta}$  de la particule. L'exposant ' correspond aux valeurs dans le repère de la pale.

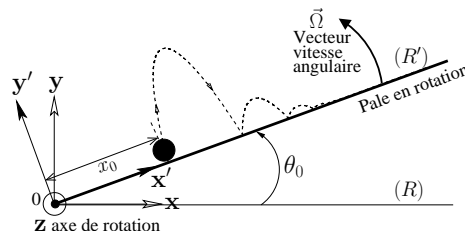


FIG. 4 – Schématisation de la trajectoire de la particule dans le repère de la pale.

On introduit les équations paramétriques du rebond  $i$  sans prendre en compte le flux d'air, c'est à dire qu'on suppose les vitesses de la particule ( $\dot{x}_i$  et  $\dot{y}_i$ ) dans le repère du laboratoire ( $R$ ) constantes durant un rebond :

$$x'_i(t) = X_M \cos(\omega) - Y_M \sin(\omega) \quad (1)$$

$$y'_i(t) = -X_M \sin(\omega) - Y_M \cos(\omega) \quad (2)$$

où  $\omega$  est la position de la pale en fonction du temps :  $\omega = \Omega(t - t_i) + \theta_i$  avec  $\theta_i$  et  $t_i$ , les conditions initiales du rebond : l'orientation de la pale avec l'axe des  $x$  et le temps. Sans effet de l'air, la trajectoire de la particule

dans le repère du laboratoire est linéaire entre deux impacts (phénomène observé sur la Fig. 5a) :

$$X_M = x_i(t_i) + \dot{x}_i(t - t_i) \quad (3)$$

$$Y_M = y_i(t_i) + \dot{y}_i(t - t_i) \quad (4)$$

Expérimentalement, on détecte les conditions initiales avant impact ( $x_i(t_i)$ ,  $y_i(t_i)$ ,  $\theta_i$  et  $t_i$ ) et les positions de la particule à chaque pas de temps  $t$  durant le rebond ( $x'_i(t)$  et  $y'_i(t)$ ). On fit les données expérimentales avec les Eqs. 1-2 en ajustant les paramètres :  $\dot{x}_i$  et  $\dot{y}_i$  (Fig. 5b). On obtient au maximum 3% d'erreur entre les vitesses expérimentales et celles issues de l'ajustement des équations théoriques quelles que soient les conditions expérimentales ( $x_0 \in [1 - 8]$ cm,  $\Omega \in [500 - 1000]$ rpm, couple particule-pale Tab. 2). Le modèle sans prendre en compte le flux d'air montre donc de bons accords avec les données expérimentales. Ce modèle a également été vérifié pour les particules A. On peut donc supposer que l'air a un effet négligeable sur la trajectoire de la particule.

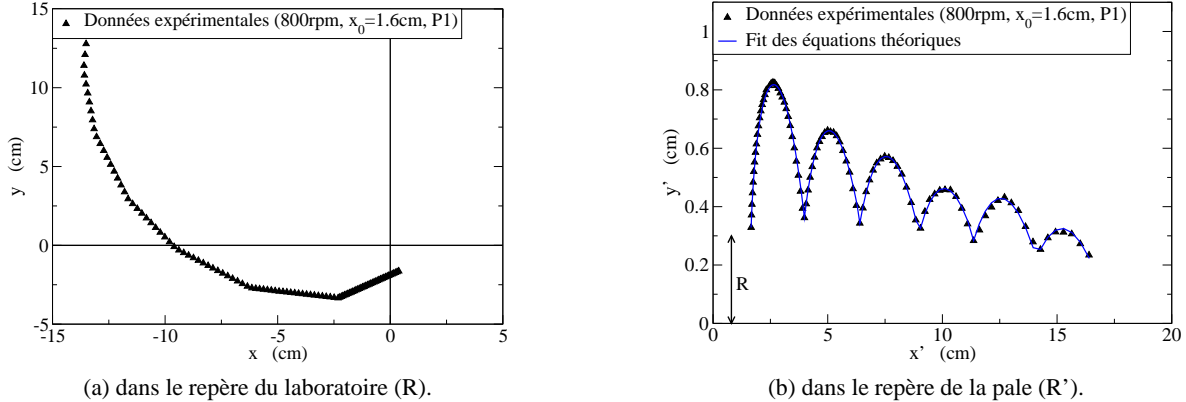


FIG. 5 – Trajectoire expérimentale de la particule modèle sur la pale P1 ( $x_0 = 1.6$ cm et  $\Omega = 800$ rpm) et fit des Eqs. 1-2 avec les données expérimentales dans ( $R'$ ).

Il est justifié de ne pas prendre en compte le flux d'air au niveau de la pale dans la modélisation.

### 3 Influence du coefficient du frottement particule-pale :

Théoriquement, lorsque la particule est en contact permanent avec la pale, il existe un coefficient de frottement critique  $\mu^*$  au-delà duquel la vitesse de glissement de la particule  $V_s = \dot{x} - R\dot{\theta}$  s'annule et la particule atteint un régime de roulement sans glissement :  $\mu^* = 1/\sqrt{35} \approx 0.169$  est une bonne approximation pour les coefficients de restitution élevés ( $e_n > 0.3$ ) [1].

Expérimentalement, on mesure la vitesse de glissement avec les particules modèles. La particule est supposée être en régime de roulement sans glissement si la vitesse de glissement est inférieure aux erreurs expérimentales :  $V_s \leq \delta V_s$  avec  $\delta V_s = \delta \dot{x} + R\delta \dot{\theta}$ . La Fig. 6a représente la vitesse de glissement de la particule modèle en contact avec les pales peintes et sablées ( $x_0 = 1.6$ cm,  $\Omega \in [500 - 800]$ rpm). Deux régimes différents apparaissent : la vitesse de glissement croît avec la pale peinte, alors qu'elle est quasi-nulle avec la pale sablée.

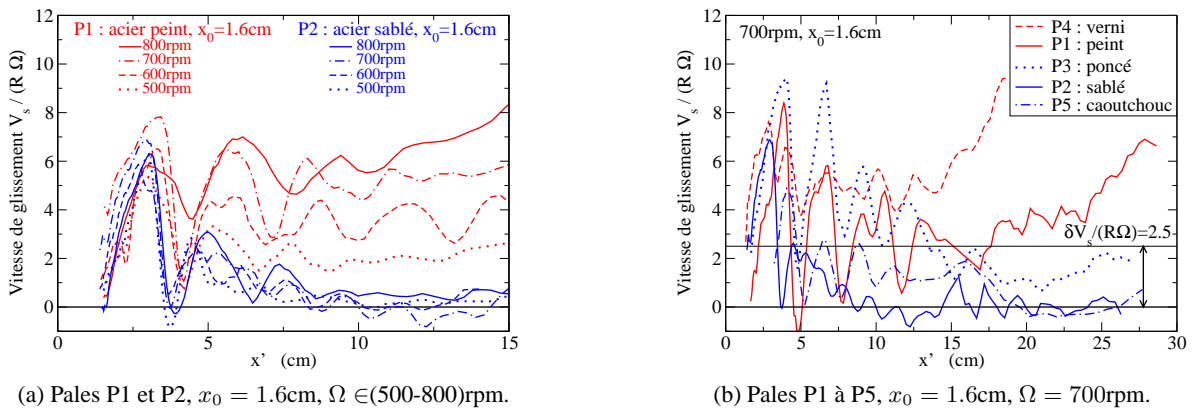


FIG. 6 – Vitesse de glissement adimensionnée de la particule modèle le long de la pale.

Avec la pale peinte, la particule est supposée être en roulement avec glissement (R+S) alors qu'avec la pale sablée, elle est supposée être en roulement sans glissement (R-S). La vitesse de glissement dépend de  $\Omega$ , mais elle ne change pas le régime de la particule. Pour déterminer expérimentalement la valeur du frottement critique  $\mu_{exp}^*$ , on représente la vitesse de glissement adimensionnée avec les cinq pales traitées différemment à 700rpm (Fig. 6b où  $\delta V_s/R\Omega = 2.5$ ). On observe qu'à une position  $x'$  donnée, la vitesse de glissement décroît avec le coefficient de frottement. Elle est seulement inférieure aux erreurs expérimentales avec les pales peintes et vernies. On peut donc donner une valeur encadrée de  $\mu_{exp}^*$  :

$$\mu_{P1} \leq \mu_{exp}^* \leq \mu_{P3} \quad (5)$$

$$0.175 \pm 0.005 \leq \mu_{exp}^* \leq 0.205 \pm 0.003 \quad (6)$$

Comme tous les couples particule-pale ont un coefficient de restitution élevé :  $e_n \in [0.68 - 0.88]$ , la valeur théorique  $\mu^* \approx 0.169$  est valide. Les expérimentations sont cohérentes avec la valeur théorique même si celle-ci est légèrement plus faible.

*Pour les particules modèles en régime de (R-S), le frottement n'est pas le paramètre de contrôle de l'écoulement, les vitesses radiale et angulaire vont saturer avec l'augmentation de  $\mu$ . Etant donnée la faible valeur de  $\mu^*$ , on peut espérer que toutes les particules d'engrais sphériques seront en (R-S). Cependant, cette même étude expérimentale est difficilement réalisable sur les particules A au vu des difficultés à mesurer le spin sur ces particules quasi-sphériques.*

#### 4 Influence du coefficient de restitution normal particule-pale :

Le coefficient de restitution influe essentiellement sur le nombre de rebonds. La position radiale en fin de rebond  $x_s$  a ainsi été estimée théoriquement par  $x_0/(1 - e_n)$  [1]. Expérimentalement, la particule est supposée ne plus rebondir, lorsque la distance particule-pale est inférieure au rayon de la particule + les erreurs expérimentales sur la position :  $R + \delta y$ . La Fig. 7 confirme l'équation théorique grâce aux expérimentations. Dû à leur fort coefficient de restitution, les rebonds avec les particules modèles sont nettement plus importants.

Cette différence de coefficient de restitution normal a une influence non négligeable sur l'angle  $\Omega t_e$  qui est l'angle parcouru par la pale, calculé entre le moment où la particule passe de la position  $x_0$  au bout de la pale (Fig. 8). Pour un même  $x_0$ , la particule A arrive en bout de pale avec un angle  $20^\circ$  plus élevé que la particule modèle quelles que soient les conditions expérimentales ( $x_0 \in [1 - 8]$ cm,  $\Omega \in [500 - 1000]$ rpm, couple particule-pale Tab. 2) (Fig. 8). Cet écart est principalement dû à un simple effet géométrique : une particule qui rebondit parcourt une distance plus courte dans le repère du laboratoire qu'une particule en contact permanent avec la pale. La particule modèle qui rebondit sort donc plus tôt. Cependant la vitesse radiale en fin de pale est quasiment la même pour les deux particules (la particule modèle sort avec une vitesse 5% plus élevée). En effet, la vitesse d'une particule qui rebondit peut être plus ou moins grande en fonction de l'importance relative de  $e_n$  et  $\mu$  [1].

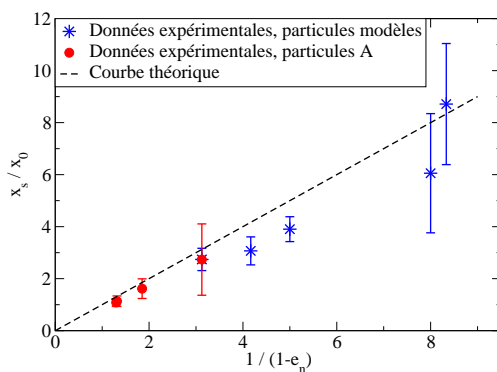


FIG. 7 – Position radiale en fin de phase de rebond, expérimentale et théorique en fonction de  $1/(1 - e_n)$  pour les particules modèles et A.

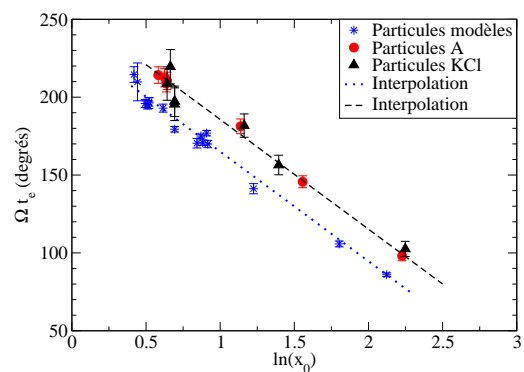


FIG. 8 – Angle expérimental parcouru par la pale en fonction de la position initiale pour les particules modèles, A et KCl.

*Les mesures montrent la forte influence du coefficient de restitution normal sur l'angle parcouru par la pale lors de la trajectoire d'une particule sphérique.*

## 5 Influence de l'élongation de la particule :

D'après l'étude théorique de Rioual et al 2007 [11], il apparaît que pour une faible élongation, la particule roule et glisse simultanément et qu'à partir d'une élongation critique un régime de glissement pur est prédit *i.e.* la vitesse de rotation angulaire devient nulle. Cette transition est due à une compétition entre le moment de la force de frottement et le moment de la force normale. Expérimentalement, on observe que la trajectoire d'une particule de KCl avec la pale P1, consiste en un seul rebond d'incidence normale. Le coefficient de restitution associé  $e_n = 1 - 0.00904\gamma = 0.19$  est du même ordre de grandeur que les particules A. Le KCl glisse ensuite sans rouler le long de la pale (S-R).

Si une élongation de la particule provoque une absence de roulement, on observe peu de différence significative sur :

- la vitesse radiale en bout de pale : la particule A en (R+S) a une vitesse radiale 3% plus faible que la particule en glissement pur,
- l'angle parcouru par la pale  $\Omega t_e$ . La Fig. 8 compare l'angle parcouru avec les particules A et KCl qui ont un coefficient de restitution proche mais un régime différent (R+S) et (S-R). On remarque que cet angle est sensiblement le même.

On peut supposer que la modélisation DEM des particules à forte élongation, en bloquant les rotations des particules sphériques donne de bons résultats.

*Si une élongation de la particule provoque une absence de roulement, la vitesse radiale et l'angle parcouru par la pale semblent peu varier.*

## Conclusions :

Nous présentons une procédure qui enregistre la trajectoire d'une particule le long d'une pale en rotation par caméra rapide. Les paramètres mécaniques caractérisant les interactions particule-pale, ont été déterminés en utilisant les méthodes de collision de Foerster et Sommerfeld sur pale statique. Les mesures sur particules sphériques montrent que le comportement de la particule le long de la pale est bien reproduit par le modèle théorique [1] équivalent au modèle Spring-Dashpot :

- l'air a un effet négligeable sur la trajectoire des particules,
- la particule modèle atteint un régime de roulement sans glissement pour des valeurs  $\mu > \mu^*$ ,
- le coefficient de restitution normal contrôle l'angle parcouru par la particule sur la pale.

Les mesures sur particules à forte élongation sur la pale peinte, mettent en évidence que la particule atteint un régime de glissement sans roulement tout en modifiant relativement peu les paramètres en bout de pale (vitesse radiale et angle parcouru par la pale).

D'après ces résultats, il est envisageable de se contenter du modèle viscoélastique simple Spring-Dashpot dans la modélisation. Si le frottement a peu d'influence au-delà du frottement critique, il est nécessaire de s'appliquer lors des mesures du coefficient de restitution normal pour les différents couples engrais-pale. Les prochaines études porteront sur l'écoulement d'un flux de particules et notamment l'étalement de ce flux jusqu'au régime mono particule traité dans cet article.

## Références

- [1] Le Quiniou A. and Rioual F. Flow of a particle along a rotating wall. *Europhys. Lett.*, 82, 34001, 2008.
- [2] Cundall P. and Strack O. A distinct element model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29, 47–69, 1979.
- [3] Brach R. *Mechanical impact dynamics : rigid body collisions*. John Wiley and Sons, New York, 1991.
- [4] Walton O. R. *1D granular solids flow project*. Quarterly Report UCID-20297-88-1, Lawrence Livermore National Laboratory, 1988.
- [5] Maw N., Barber J. R., and Fawcett J. N. The role of elastic tangential compliance in oblique impact. *J. Lubr. Technol.*, 103, 74–80, 1981.
- [6] Johnson K. L. One hundred years of hertz contact. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 196, 363–378, 1982.
- [7] Gorham D. A. and Kharaz A. H. The measurement of particle rebound characteristics. *Powder Technol.*, 112, 193–202, 2000.
- [8] Foerster S. F., Louge M. Y., Chang H., and Allia K. Measurements of the collision properties of small spheres. *Phys. Fluids*, 6(3), 1108–1115, 1994.
- [9] Sommerfeld M. and Huber N. Experimental analysis and modelling of particle-wall collisions. *Int. J. Multiphase Flow*, 25, 1457–1489, 1999.
- [10] Le Quiniou A., Rioual F., and Oger L. Écoulement granulaire sous entraînement centrifuge. 18<sup>ème</sup> Congrès Fr. Mécanique, <http://hdl.handle.net/2042/16248>, 2007.
- [11] Rioual F., Piron E., and Tijskens E. Rolling and sliding granular dynamics driven by centrifugal forcing. *Applied Physics Letters*, 90, 021918, 2007.