

Influence de la forme de la carène sur les caractéristiques de la vague d'étrave

G. DELHOMMEAU^a, F. NOBLESSE^b, C. YANG^c

a. Laboratoire de Mécanique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes, NANTES (FRANCE)

b. David Taylor Model Basin, NSWCCD, West Bethesda, MD (USA)

c. Dept of Computational and Data Sciences, George Mason University, Fairfax, VA (USA)

Résumé :

On étudie par la méthode du bateau mince la forme de la vague d'étrave d'une famille de bateaux sans bulbe dépendant de 4 paramètres qui prennent en compte l'angle d'étrave et l'angle de tulipage. Les principales caractéristiques de la vague d'étrave, hauteur à l'étrave, hauteur et distance du maximum, passage à zéro sont présentés sous forme de courbes qui peuvent être directement exploités sans calcul au stade de l'avant-projet de navire.

Abstract :

Thin-ship theory is used to study the shape of bow wave for a family of ships without bulb defined by four parameters taking into account rake and flare angles. The main characteristics of bow wave, height at bow, maximum height and location, zero-crossing are shown by curves ready for direct use at early stage design.

Mots clefs : bateau mince, vague d'étrave.

1 Introduction

De nombreux types de navires, comme la carène parabolique de Wigley et les Series 60, ont des étraves en forme de coins. Ce type d'étrave de navire est caractérisé par deux paramètres : le tirant d'eau D et l'angle d'entrée 2α sur la figure 1. La vague d'étrave générée dépend aussi de deux paramètres : l'angle d'entrée 2α et le nombre de Froude relatif au tirant d'eau : $F = V_S / \sqrt{gD}$ où V_S est la vitesse du navire, supposé avancer à vitesse constante en ligne droite en eau calme et en profondeur infinie et g est l'accélération de la pesanteur.

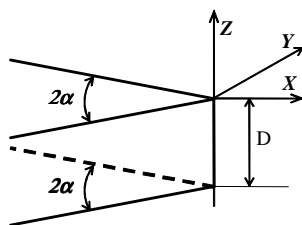


Fig. 1 – 2 paramètres, $\delta=0$

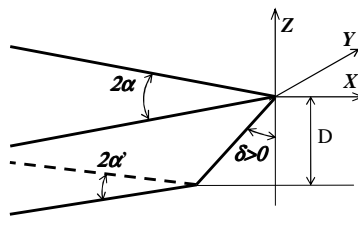


Fig. 2 – 4 paramètres, $\delta > 0$

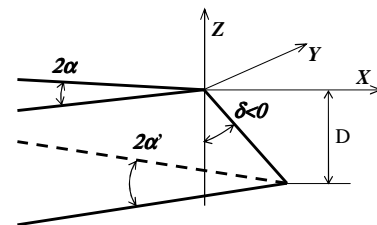


Fig. 3 – 4 paramètres, $\delta < 0$

La vague d'étrave engendrée par cette famille à deux paramètres est décrite dans les références [1] [2] [3] par des relations simples. En particulier, des expressions définissant la hauteur maximum de la vague d'étrave, la distance entre l'étrave et le maximum de la vague, la hauteur de vagues à l'étrave et la forme de la vague sont données. La comparaison entre ces résultats et les expériences [4] montre qu'en dépit de leur simplicité,

ces expressions sont suffisamment précises au stade de l'avant-projet.

Cependant, de nombreuses carènes, particulièrement celles des navires rapides ont des étraves avec des angles d'étrave et de tulipage non nuls. On considère donc des carènes réglées dépendant de quatre paramètres, le tirant d'eau D , l'angle d'entrée à la flottaison 2α , l'angle d'étrave δ , et l'angle de tulipage $\alpha-\alpha'$ où $2\alpha'$ est l'angle d'entrée sur le fond de la carène comme indiqué sur les figures 2 et 3.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour calculer la forme de la vague d'étrave de cette famille de carènes, depuis la méthode du bateau mince (thin-ship theory), jusqu'aux méthodes de singularités de Rankine et aux calculs CFD. Cette étude est réalisée avec la méthode du bateau mince qui est la plus rapide pour une étude systématique et dont les résultats sont en relativement bon accord avec les expériences pour ce type de carène.

Avec cette méthode, la vague à l'étrave peut être représentée comme le produit du facteur $(\tan\alpha+\tan\alpha')/2$ qui représente l'angle moyen d'entrée par une fonction qui dépend de 3 paramètres, le nombre de Froude F , l'angle d'étrave δ et un paramètre $\varphi=(\tan\alpha-\tan\alpha')/(\tan\alpha+\tan\alpha')$ qui est fonction de l'angle de tulipage.

2 La théorie du bateau mince (Thin-ship theory) :

On considère l'écoulement stationnaire autour d'un navire de longueur L_S avançant en ligne droite en eau calme dans un milieu illimité en largeur et profondeur à une vitesse constante V_S . L'axe des X est dirigé vers l'avant suivant l'axe de la carène. L'axe des Z est vertical ascendant, le plan $z=0$ étant la surface libre au repos. La carène est symétrique par rapport au plan vertical $y=0$. L'écoulement est représenté dans un système de coordonnées mobile lié à la carène et est donc stationnaire. La vitesse absolue dans ce système de coordonnées est donnée par $(U - V_S, V, W)$ où (U, V, W) est la perturbation due à la carène. On définit des grandeurs adimensionnelles par rapport à une longueur de référence L_{ref} , choisie ici égale au tirant d'eau D :

$$\mathbf{x} = (x, y, z) = (X, Y, Z) / L_{ref} = (X, Y, Z) / D, \mathbf{u} = (u, v, w) = (U, V, W) / V_S \quad (1)$$

Les nombres de Froude F rapporté au tirant d'eau et F_L rapporté à longueur sont définis par :

$$F = V_S / \sqrt{gD}, F_L = V_S / \sqrt{gL_S}, F_L = \sqrt{\frac{D}{L_S}} F \quad (2)$$

g est l'accélération de la pesanteur. La vitesse dans le fluide au point $\tilde{\mathbf{x}}$ est $\tilde{\mathbf{u}}$. La carène est définie par :

$$y = \pm b(x, z), \text{ avec } (x, z) \in H_0 \quad (3)$$

H_0 est la partie du plan $y=0$ située à l'intérieur de la carène

Avec les hypothèses de la théorie du bateau mince, la vitesse $\tilde{\mathbf{u}}$ est donnée par :

$$\tilde{\mathbf{u}} = -2 \iint_{H_0} dx dz \tilde{\nabla} G(x, 0, z; \tilde{\mathbf{x}}) b_x(x, z) \quad (4)$$

où $\tilde{\nabla} = (\partial / \partial \tilde{x}, \partial / \partial \tilde{y}, \partial / \partial \tilde{z})$ et $G(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{x}})$ représente le potentiel des vitesses de l'écoulement créé en point du fluide $\tilde{\mathbf{x}}$ par une source unité située au point \mathbf{x} . La fonction de Green $G(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{x}})$ satisfait la condition linéaire de surface libre : $G_z + F^2 G_{xx} = 0$ sur $z=0$. La pression hydrodynamique sur la carène est définie par :

$$\tilde{p} = \frac{p}{\rho V^2} = \tilde{u} = 2 \iint_{H_0} dx dz \frac{\partial G(x, 0, z, \tilde{x}, 0, \tilde{z})}{\partial x} b_x(x, z) \quad (5)$$

L'élévation de la surface libre au point $(\tilde{x}, 0, 0)$ est donnée par :

$$\tilde{e} = Eg / V^2 = \tilde{u} \quad (6)$$

Pour une carène réglée définie par 4 paramètres comme sur les figures 2 et 3, on pose :

$\mu = \tan \delta$, $T = \tan \alpha$, $T' = \tan \alpha'$. On a alors :

$$b(x, z) = -[T(1+z) - T'z](x - \mu z) \text{ avec } x \leq \mu z \text{ et } -1 \leq z \leq 0 \quad (7)$$

La hauteur de vagues le long de la carène se met alors sous la forme :

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha'}{2} \{ \tilde{p}_0(\tilde{x}, F, \delta) + \varphi [\tilde{p}_0(\tilde{x}, F, \delta) + \tilde{p}_1(\tilde{x}, F, \delta)] \}, \tilde{p}_0 = \tilde{p}_0^{SL} + \tilde{p}_0^W, \tilde{p}_1 = \tilde{p}_1^{SL} + \tilde{p}_1^W \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_0^{SL} \\ \tilde{p}_1^{SL} \end{array} \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^0 dz \left[\frac{1}{z} \right] \left[\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{2}{F^2 + r_1} + \frac{2F^2 \psi}{(F^2 + r_1)^2} \left(1 + \frac{2.3 \psi r_1}{F^2 + r_1} \right) \right], \left\{ \begin{array}{l} \tilde{p}_0^W \\ \tilde{p}_1^W \end{array} \right\} = \frac{-4}{\pi} \int_{-1}^{\infty} dt \frac{e^{\beta^2 \tilde{z} / F^2}}{\beta} \left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ A_1 \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$r = \sqrt{(\mu z - \tilde{x})^2 + (z - \tilde{z})^2}, \quad r_1 = \sqrt{(\mu z - \tilde{x})^2 + (z + \tilde{z})^2}, \quad \psi = -(z + \tilde{z}) / (r_1 + |\mu z - \tilde{x}|)$$

$$\beta = \sqrt{1 + t^2}, \quad \left\{ \begin{array}{l} A_0 \\ A_1 \end{array} \right\} = \text{Im} \frac{e^{i\beta \tilde{x} / F^2}}{\beta} \left\{ \begin{array}{l} I_0 \\ I_1 \end{array} \right\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} I_0 \\ I_1 \end{array} \right\} = \frac{\beta}{F^2} \int_{-1}^0 dz \left[\frac{1}{z} \right] e^{(\beta - i\mu)\beta z / F^2} H(\mu z - \tilde{x})$$

H étant la fonction échelon unité d'Heaviside, $H(x)=1$ pour $x>0$, $H(x)=0$ pour $x<0$.

Toutes les intégrales dans ces formules sont calculées numériquement par la méthode de Simpson.

3 Application à une carène en coin à 2 paramètres :

D'après [1], pour une étrave définie par 2 paramètres, les approximations suivantes sont obtenues en utilisant des considérations simples d'analyse dimensionnelle et des résultats expérimentaux :

$$\frac{Z_b g / V_S^2}{\tan \alpha} \approx \frac{2.2}{1+F}, \quad -X_b g / V_S^2 \approx \frac{1.1}{1+F} \quad (10)$$

Z_b et $-X_b$ étant la hauteur et la position de la crête de la vague d'étrave.

Ces approximations sont comparées sur les figures 4 et 5 aux résultats de la théorie du bateau mince, où Z_b et $-X_b$ sont déterminés numériquement par un algorithme de trisection, et aux résultats expérimentaux pour des carènes usuelles.

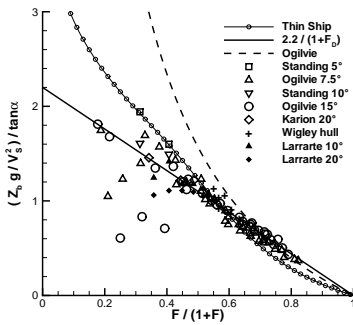


Fig. 4 – Hauteur de vague

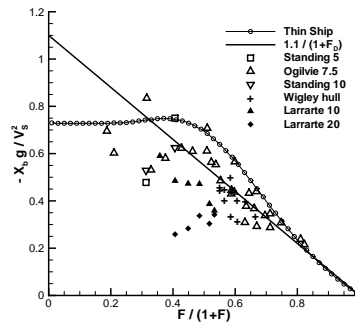


Fig. 5 – Position du maximum

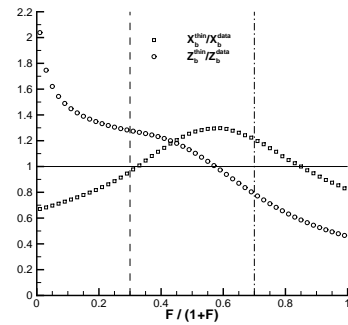


Fig. 6 – Rapport Thin-ship/Data

La figure 6 montre le rapport entre les résultats de la théorie du bateau mince et les formules (10) $Z_b^{\text{thin}}/Z_{\text{data}}$ et $X_b^{\text{thin}}/X_{\text{data}}$. Pour $0.3 < F/(1+F) < 0.7$, ce qui correspond à $0.4 < F < 2.3$, soit pour un rapport usuel longueur/tirant d'eau $L_S / D \approx 20$, $0.09 \leq F_L \leq 0.56$, l'accord entre les 2 valeurs est meilleur que 20%. Cette figure indique la précision à laquelle on peut s'attendre en utilisant la théorie du bateau mince et peut aussi être utilisé pour corriger les résultats de cette théorie par rapport aux expériences.

4 Application à une carène à 4 paramètres :

4.1 Hauteur et position de la vague d'étrave :

On considère maintenant une carène à 4 paramètres $D, \alpha, \delta, \alpha'$ comme celles définies par les figures 2 et 3.

On définit le rapport entre les hauteurs maximales pour les 2 types de carènes :

$$\frac{\tilde{\epsilon}(\delta, \varphi)}{\tilde{\epsilon}(0,0)} = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha'}{2 \tan[(\alpha + \alpha')/2]} \zeta_b(F, \delta, \varphi) \text{ ainsi que le rapport des distances à l'étrave } \frac{X_b(\delta, \varphi)}{X_b(0,0)}.$$

$$\zeta_b(F, \delta, \varphi) = \frac{\max\{\tilde{p}_0(\tilde{x}, F, \delta) + \varphi[\tilde{p}_0(\tilde{x}, F, \delta) + \tilde{p}_1(\tilde{x}, F, \delta)]\}}{\max\{\tilde{p}_0(\tilde{x}, F, \delta = 0)\}} \quad (11)$$

$$\xi_b(F, \delta, \varphi) = X_b(F, \delta, \varphi) / X_b(F, \delta = 0, \varphi = 0) \quad (12)$$

Les variations de ces 2 fonctions par rapport aux paramètres F , δ , φ sont présentées sous forme de courbes sur les figures 7 et 8.

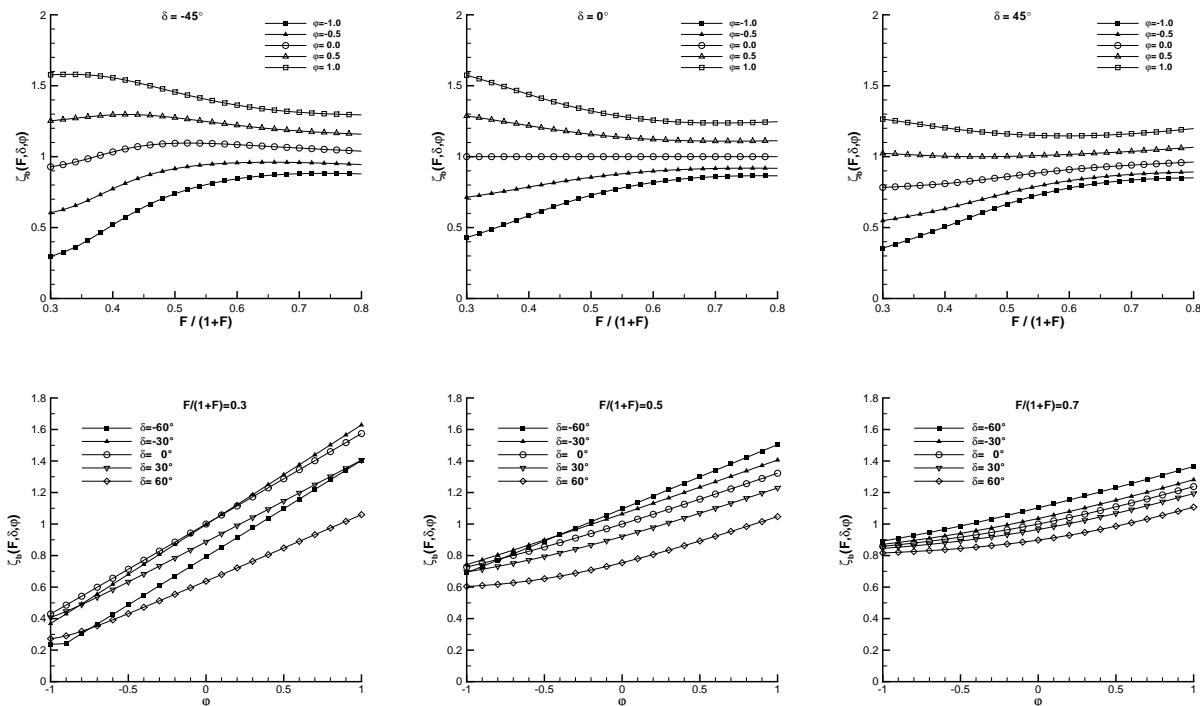


Fig. 7 - $\zeta_b(F, \delta, \varphi)$

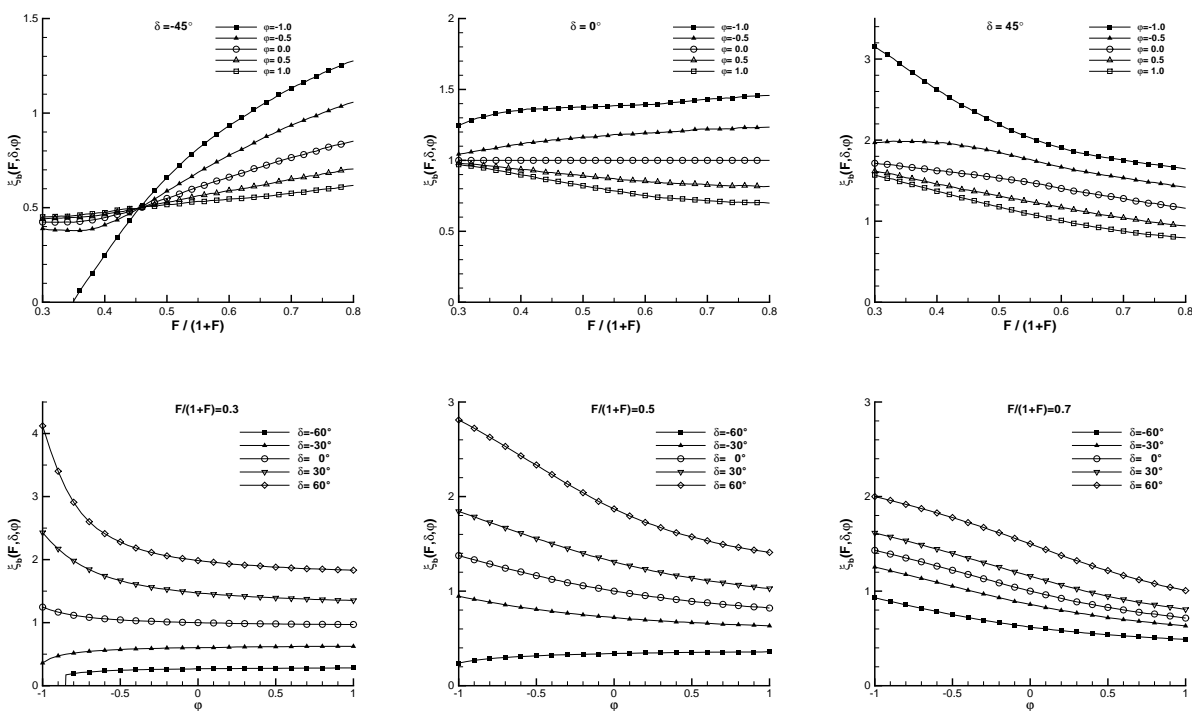


Fig. 8 - $\xi_b(F, \delta, \varphi)$

En utilisant les approximations (10) obtenues pour des carènes à 2 paramètres, on a :

$$\frac{Z_b g}{V_S^2} \approx (\tan \alpha + \tan \alpha') \frac{1.1}{1+F} \zeta_b(F, \delta, \varphi) \quad \text{et} \quad \frac{-X_b g}{V_S^2} \approx \frac{1.1}{1+F} \xi_b(F, \delta, \varphi) \quad \text{avec} \quad F = \frac{V_S}{\sqrt{gD}} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\tan \alpha - \tan \alpha'}{\tan \alpha + \tan \alpha'}$$

Les deux fonctions $\zeta_b(F, \delta, \varphi)$ et $\xi_b(F, \delta, \varphi)$, déterminées en utilisant la théorie du bateau mince, fournissent une correction aux relations (10) et permettent de les étendre aux cas des carènes définies par 4 paramètres.

Ces courbes montrent que les influences de l'angle d'étrave et du tulipage peuvent être importantes, particulièrement aux petits nombres de Froude. On peut constater sur les 3 dernières courbes de la figure 7 que ζ_b est une fonction monotone croissante de φ pour toutes les valeurs de δ et de F , ce qui est conforme à l'intuition. Le tulipage φ influence considérablement la hauteur maximale de la vague, particulièrement aux petits nombres de Froude. On voit aussi que ξ_b est une fonction monotone croissante de δ ($-60^\circ < \delta < 60^\circ$) pour toutes les valeurs de φ et de F . Les plus petites et les plus grandes valeurs de ξ_b sont atteintes pour $\delta = -60^\circ$ et $\delta = 60^\circ$ respectivement, ce qui montre que l'angle d'étrave peut avoir une influence importante sur la position de la hauteur de vague maximale, surtout aux petits nombres de Froude.

4.2 Longueur de la vague :

On étudie maintenant l'abscisse $x_0 = X_0 g / V_S^2$ de la première intersection de la vague d'étrave avec le plan de la surface libre $z=0$. Cette intersection est déterminée numériquement par dichotomie et la distance à l'étrave est appelée longueur de la vague. Les résultats sont présentés sur la figure 9, avec la position du maximum de la vague x_b qui est indiqué sur les mêmes figures.

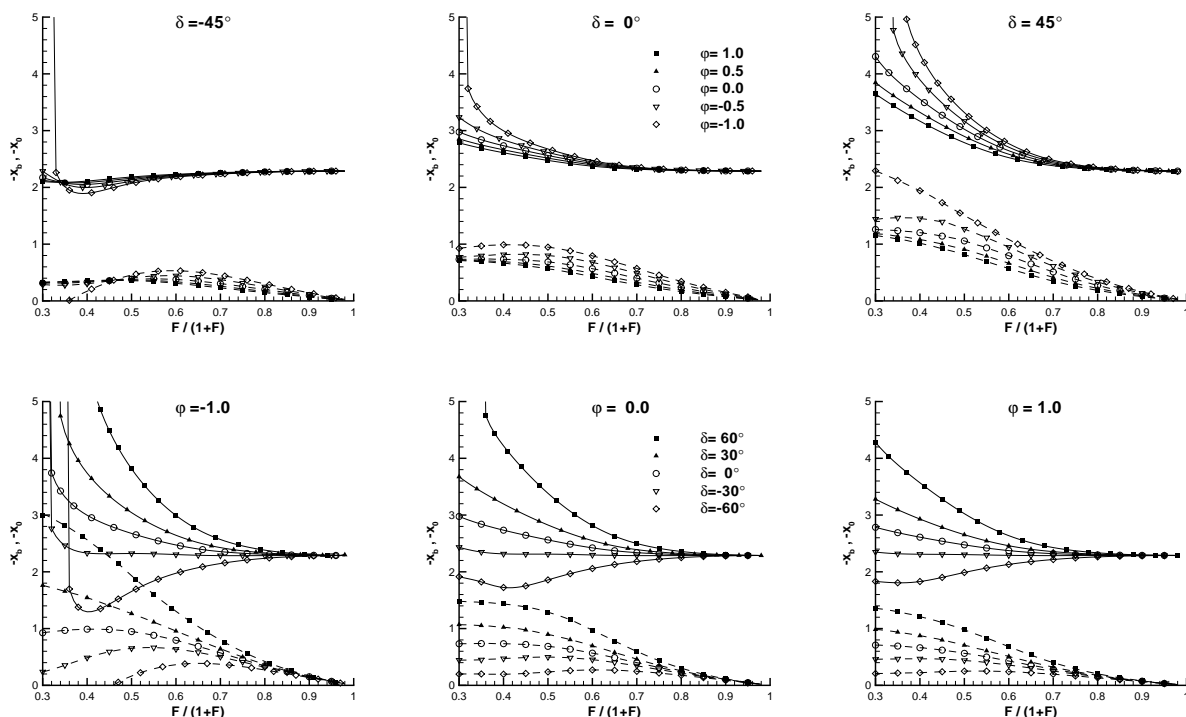


Fig. 9 - Variation de la longueur de la vague $-x_0$ (traits pleins) et de la position du maximum $-x_b$ (pointillés) en fonction du nombre de Froude pour 3 angles d'étrave (figures du haut) et 3 valeurs du paramètre de tulipage (figures du bas)

Un des résultats remarquables est que la longueur de la vague tend vers une constante $-x_0=2.3$ lorsque F tend vers l'infini. Cette propriété est valable pour tous les angles d'étrave et les tulipages si $F/(1+F) > 0.8$, soit $F > 4$ ou $F_L > 0.9$.

4.3 Profils de la vague :

La figures 10 montre quelques profils de vagues $2z/(\tan \alpha + \tan \alpha')$ pour différents nombres de Froude dans le

cas particulier $\delta=0$ et $\varphi=-1$. Lorsque F tend vers zéro, la composante de vague est négligeable par rapport à la composante locale, ce qui conduit à une élévation de surface libre positive qui diminue lentement lorsqu'on s'éloigne de l'étrave comme on le voit sur la figure de gauche. La figure du centre montre aussi que la fonction x_0 peut être discontinue si le minimum de la vague est au-dessus de $z=0$, comme cela peut arriver aux faibles nombres de Froude, ici pour $F/(1+F) \approx 0.31$. La figure de droite montre bien que la longueur de vague est constante aux grands nombres de Froude.

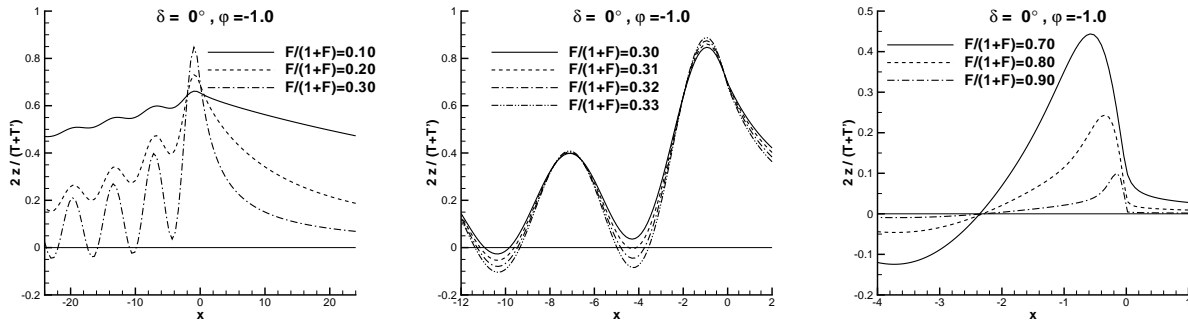


Fig. 10 - Profils de vague en fonction du nombre de Froude

5 Conclusion :

La hauteur de vagues engendrée par une famille de carènes fines sans bulbe dépendant de 4 paramètres a été étudiée. Les résultats ont été établis en utilisant la théorie du bateau mince. Deux fonctions prenant en compte l'influence de l'angle d'étrave et du tulipage permettent de corriger les relations simples obtenues pour des carènes à 2 paramètres en forme de coin. L'influence de l'angle d'étrave et du tulipage sur la hauteur et la position de la vague d'étrave sont ainsi mis en évidence. Ces corrections ne sont cependant valides que dans le cas où la limite de Bernoulli pour la hauteur de vague $Zg/V_S^2 \leq 1/2n$ n'est pas atteinte [1] [6], c'est à dire si $F \leq 2.2(\tan \alpha + \tan \alpha') \zeta_b(F, \delta, \varphi) - 1$. Pour des nombres de Froude inférieurs à cette limite, la vague d'étrave est nécessairement instationnaire. Au delà de cette limite, les résultats présentés sur ces courbes peuvent être directement exploités pour obtenir la hauteur et la position du maximum de la vague d'étrave. La longueur de la vague d'étrave, c'est à dire la distance du premier passage par zéro de la hauteur de vague a aussi été étudié. Cette longueur n'a de signification que pour les nombres de Froude supérieurs à une valeur minimum, de l'ordre de $F > 0.7$, soit $F_L > 0.15$. Aux petits nombres de Froude, la composante locale de la vague est prépondérante. Aux grands nombres de Froude, la longueur de la vague tend vers une constante indépendante de la forme de la carène. Les résultats obtenus par la méthode du bateau mince pourraient être étendus à des formes de carènes plus complexes en prenant en compte la courbure de la carène, mais cela impliquerait un grand nombre de paramètres et ne permettrait pas une étude systématique. En conclusion, les carènes élémentaires obtenues par la combinaison des 4 paramètres permettent de définir simplement la forme de la vague d'étrave en fonction de la répartition des volumes de carène.

Références

- [1] Noblesse F., Hendrix D., Faul L., Slutsky J., Simple analytical expressions for the height, location and steepness of a ship bow wave, *Journal of Ship Research*, 50, 360-370, 2006
- [2] Noblesse F., Delhommeau G., Guilbaud M., Yang C., The Rise of Water at a Ship Stem, *Journal of Ship Research*, 52, 89-191, 2008
- [3] Noblesse F., Delhommeau G., Guilbaud M., Hendrix D., Yang C., Simple analytical relations for ship bow waves, *Journal of Fluid Mechanics*, 600, 105-132, 2008
- [4] Delhommeau G., Guilbaud M., David L., Yang C., Noblesse F., Boundary between unsteady and overturning ship bow wave regimes, *Journal of Fluid Mechanics*, 620, 167-175, 2009
- [5] Noblesse F., Delhommeau G., Kim H.Y., Yang C., Thin-ship theory and influence of rake and flare, *Journal of Engineering Mathematics*, to appear, 2009
- [6] Delhommeau G., Guilbaud M., David L., Yang C., Noblesse F., Boundary between unsteady and overturning ship bow wave regimes, *Journal of Fluid Mechanics*, 620, 167-175, 2009