

L'approche variationnelle de la mécanique de la rupture

Jean-Jacques MARIGO

Institut Jean le Rond d'Alembert, 4 place Jussieu - Tour 55-65 5^è étage - case 162, 75252, Paris

L'objet de la mécanique de la rupture est de modéliser l'initiation et la propagation de fissures dans les structures sous l'effet de chargements thermo-mécaniques dépendant du temps. Si l'on adopte le point de vue de l'ingénieur, une fissure est une surface de discontinuité des déplacements, surface dont il s'agit de trouver la position dans la structure à chaque instant. Dans le passé, cette problématique a fait l'objet de différentes approches, chacune spécifique à un type de matériau (fragile ou ductile), un type de chargement (monotone ou cyclique) ou à une des étapes de la fissuration (amorçage ou propagation) sans qu'un lien soit clairement établi entre elles. L'objectif de l'exposé sera de montrer que l'approche variationnelle, développée seulement depuis une dizaine d'années mais qui prend ses racines dans la vision énergétique de Griffith et dans les concepts de stabilité, peut prétendre fournir le cadre unificateur. Pour l'illustrer, on distinguera deux grandes familles de modèles : le modèle de Griffith (sans forces cohésives) et les modèles à forces cohésives. L'essentiel de l'exposé se limitera au cas quasi-statique. On commencera par formuler le problème d'évolution (quasi-statique) de la fissuration comme un problème variationnel constitué d'une condition d'irréversibilité, d'une condition de stabilité et d'un bilan d'énergie. On utilisera ensuite cette formulation pour dégager quelques résultats fondamentaux portant sur l'amorçage de la fissuration, sur le trajet de la fissuration et la question du critère de branchement, sur l'évolution de la fissuration sous chargement cyclique et les phénomènes de fatigue. En particulier: 1. On établira un lien entre les modèles à forces cohésives et les critères de rupture de type courbe intrinsèque de Mohr-Caquot. 2. On prouvera que le principe de symétrie locale, qui consiste à postuler que les fissures (non cohésives) se propagent en mode I dans un milieu isotrope en élasticité plane, se déduit en fait de la condition de stabilité et du bilan d'énergie. Mais on montrera aussi que la question du branchement des fissures n'est pas pour autant résolue. 3. On montrera que les lois de fatigue de type Paris se déduisent de modèles à forces cohésives moyennant un traitement convenable de la condition d'irréversibilité. 4. On montrera que l'on peut rendre compte de processus de fissuration complexes mêlant fissurations brutales, multi-fissurations périodiques et décohésions dans des structures hétérogènes. L'approche variationnelle fournit également un cadre particulièrement adapté pour le développement de méthodes numériques capables de traiter le problème général de la fissuration en 3D sans hypothèses a priori sur le trajet spatio-temporel des fissures. On l'illustrera à l'aide de quelques exemples « spectaculaires ».