

UNE NOUVELLE TECHNIQUE D'ASSIMILATION DES DONNÉES D'OBSERVATION AU CEPMMT : L'ASSIMILATION VARIATIONNELLE QUADRIDIMENSIONNELLE

Florence Rabier⁽¹⁾, Jean-François Mahfouf⁽²⁾ et Ernst Klinker⁽²⁾

(1) *Météo-France*
Centre national de recherches météorologiques
42, avenue Gaspard-Coriolis
31057 Toulouse Cedex 1

(2) *CEPMMT*
Reading
Royaume-Uni

RÉSUMÉ

Le Centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme (CEPMMT) a franchi le 25 novembre 1997 une étape majeure en adoptant l'assimilation variationnelle quadrimensionnelle (4D-VAR) en tant que méthode d'assimilation de données pour la prévision numérique du temps. L'assimilation 4D-VAR emploie tous les ingrédients du système précédent, le 3D-VAR (même fenêtre temporelle de six heures, mêmes observations et même terme d'écart à l'ébauche), auxquels elle ajoute la dimension temporelle. Sur la fenêtre temporelle de six heures, le 4D-VAR recherche la trajectoire du modèle atmosphérique qui passe « au plus près » des observations et de l'ébauche, tout en satisfaisant une contrainte d'équilibre géostrophique approché. Cela permet de mieux prendre en compte les observations, de façon cohérente avec la dynamique. D'où des prévisions améliorées à toutes les échéances aux latitudes tempérées. De plus, un ensemble de processus physiques d'échelle sous-maille a été introduit dans les versions linéarisées du modèle de prévision qui servent à résoudre le problème variationnel que traite le 4D-VAR. Ces processus physiques représentent les effets de la convection profonde, des précipitations stratiformes, de la diffusion turbulente, des processus radiatifs de grande longueur d'onde et de la partie du relief non résolue par les modèles. Pour des raisons de coût, ces processus physiques n'ont été introduits que dans une partie du traitement variationnel. Ils ont cependant un effet significatif sur la description du champ d'humidité en zone tropicale, avec pour conséquence une amélioration de la qualité des prévisions dans ces régions. La technique 4D-VAR a été testée en parallèle avec l'ancienne méthode 3D-VAR pendant plusieurs mois. On a observé une amélioration notable des performances de la prévision dans les deux hémisphères.

ABSTRACT **ECMWF's new technique for the assimilation of observational data: the four-dimensional variational assimilation**

ECMWF made a major step by switching its operational data assimilation method to four-dimensional data assimilation (4D-VAR). 4D-VAR uses all the tools from the previous operational system, 3D-VAR (same 6-hour assimilation window, same observations and same background term). The new ingredient is the temporal dimension. Over the 6-hour data assimilation window, 4D-VAR seeks the atmospheric model trajectory best fitting the observations and the background while satisfying an approximate geostrophic balance constraint. This allows to make a better use of the observations, in a way consistent with the dynamics, leading to better forecasts at all ranges in

mid-latitudes. Moreover, a set of sub-grid scale physical processes has been introduced in the linearised versions of the forecast model used to solve the 4D-VAR variational problem. These physical processes describe deep moist convection, large-scale precipitation, vertical diffusion, longwave radiation and sub-grid-scale orographic effects. Because of the cost, these physical processes have been introduced in only a fraction of the variational processes. Nevertheless, their impact is significant for the humidity field in the Tropics, with a better performance of forecast quality in this region. 4D-VAR has been tested in parallel with the previous 3D-VAR for several months. A significant improvement of the forecast quality has been observed in both hemispheres.

Le Centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme (CEPMMT) a franchi une étape majeure en adoptant l'**assimilation variationnelle quadridimensionnelle (4D-VAR)** en tant que méthode opérationnelle d'assimilation de données pour la prévision numérique du temps. La date de mise en service, le 25 novembre 1997, restera dans les annales comme celle d'une première mondiale, puisque le CEPMMT est le seul centre de prévision météorologique à employer à ce jour cette nouvelle méthode. Cette mise en service est le résultat de nombreuses années de recherches et de collaboration entre le CEPMMT et Météo-France. Il est à noter que Météo-France planifie une mise en œuvre du 4D-VAR pour le courant de l'année 2000⁽¹⁾, avec quelques différences par rapport à ce premier 4D-VAR opérationnel (Janiskova et al., 1999 ; Desroziers et al., 2000). Météo-France sera ainsi le premier service météorologique national à adopter cette nouvelle technique.

(1) La nouvelle est tombée pendant la mise en pages de ce numéro. L'assimilation 4D-VAR est devenue opérationnelle à Météo-France le 20 juin 2000, soit à peu près deux ans et demi après le CEPMMT. (Ndlr)

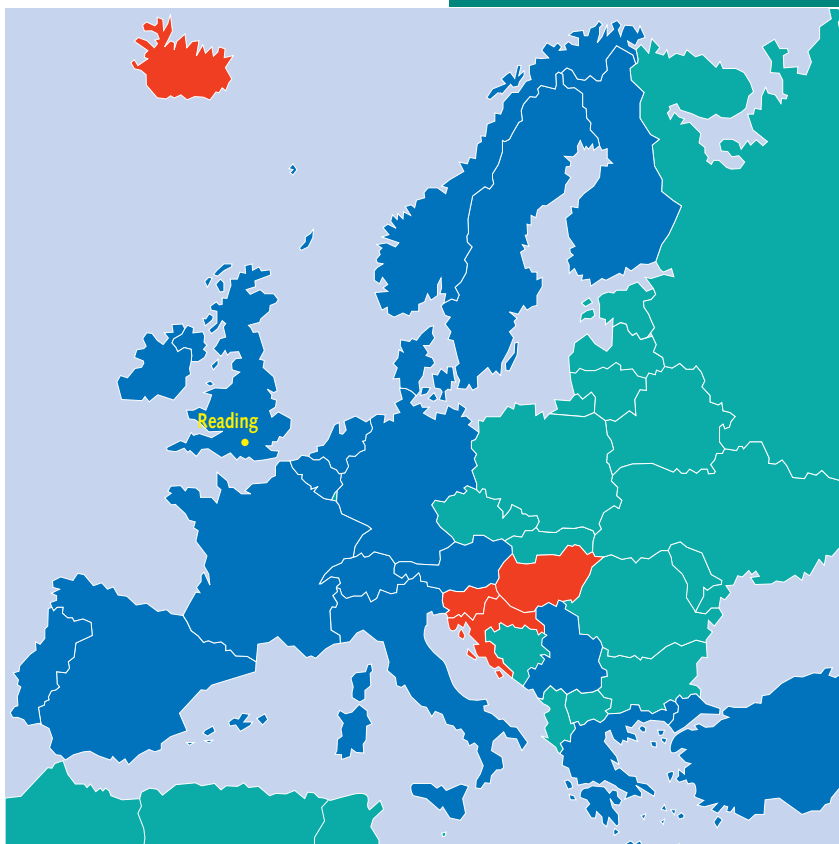
Rappelons en quelques mots le principe de l'**assimilation variationnelle**, préalablement décrit dans Rabier (1993), qui est issu de la théorie du **contrôle optimal**. De manière générale, le but de l'**assimilation de données** est de tenir compte des observations atmosphériques récentes pour réajuster la trajectoire d'un modèle numérique de prévision du temps. La philosophie adoptée consiste à mettre à jour à intervalles de temps réguliers (généralement toutes les six heures) la meilleure estimation préalable de l'atmosphère fournie par le modèle (appelée **ébauche**) à l'aide des nouvelles données disponibles. C'est une approche séquentielle généralement constituée d'un cycle d'**analyses objectives** tridimensionnelles (purement spatiales) et de prévisions à court terme. La succession temporelle d'analyses de l'atmosphère sert également à démarrer les prévisions du temps sur plusieurs jours. La connaissance des différentes sources d'informations (observations, ébauche, contrainte dynamique, etc.) et des lois statistiques régissant les erreurs dont ces sources d'information sont entachées est nécessaire pour déterminer l'état de l'atmosphère. Plusieurs méthodes sont envisageables pour utiliser au mieux ces informations.

La solution du problème d'analyse peut être trouvée en se plaçant dans un cadre variationnel. On appelle méthode **variationnelle** toute méthode consistant à optimiser un critère objectif qui est défini en fonction du problème posé. On minimise une fonction quadratique qui quantifie les écarts aux différentes sources d'informations (observations, ébauche, contrainte dynamique), chacune d'elles étant pondérée par son écart type d'erreur (Jazwinski, 1970). Une **assimilation variationnelle tridimensionnelle (3D-VAR)** a été mise en œuvre au CEPMMT en janvier 1996 (Courtier et al., 1998 ; Rabier et al., 1998a ; Andersson et al., 1998) et à Météo-France en mai 1997 (Thépaut et al., 1998).

En ce qui concerne la dimension temporelle des méthodes d'assimilation, un cadre théorique approprié décrivant les étapes à suivre est le **filtre de Kalman étendu**. Celui-ci consiste à transporter dans le temps l'état de l'atmosphère à l'aide du modèle de prévision complet (non linéaire) et sa matrice de variances-covariances d'erreurs à l'aide du **modèle linéaire tangent** (version linéarisée du modèle décrivant l'évolution temporelle de petites modifications de l'écoulement atmosphérique). L'application de cette méthode est beaucoup trop coûteuse en temps de calcul pour être envisagée opérationnellement et des approximations grossières sont nécessaires. En particulier, les matrices de variances-covariances d'erreurs sont propagées dans le temps de manière très simplifiée, en augmentant les variances avec une loi empirique et en ne modifiant pas les structures des corrélations.



Le CEPMMT



En bleu, les États membres du CEPMMT, auxquels s'ajoute la Yougoslavie, suspendue depuis le 5 juin 1992. En rouge, les États avec lesquels le CEPMMT a conclu des accords de coopération.

Le Centre européen pour les prévisions météorologiques à moyen terme (CEPMMT) est une organisation internationale à laquelle adhèrent dix-huit États européens : Allemagne, Autriche, Belgique, Danemark, Espagne, Finlande, France, Grèce, Irlande, Italie, Norvège, Pays-Bas, Portugal, Royaume-Uni, Suède, Suisse, Turquie, Yougoslavie (suspendue depuis le 5 juin 1992). Le CEPMMT a conclu des accords de coopération avec la Croatie, la Hongrie, l'Islande et la Slovaquie.

Le CEPMMT a été créé en 1973. Il produit des prévisions du temps à moyenne échéance depuis le 1^{er} août 1979. Ses principaux objectifs sont :

- Le développement de méthodes numériques pour la prévision du temps à moyenne échéance.
- L'établissement régulier de prévisions du temps à moyenne échéance destinées aux services météorologiques des États membres.
- La recherche scientifique et technique tendant à améliorer ces prévisions.
- La collecte et l'archivage des données météorologiques appropriées.

En outre, le CEPMMT met une part de ses capacités de calcul à la disposition des États membres pour leurs recherches. Il contribue à la mise en œuvre des programmes de l'Organisation météorologique mondiale et offre une formation avancée au personnel scientifique des États membres dans le domaine de la prévision numérique du temps. Enfin, il rend disponibles pour des organismes extérieurs les données qu'il archive.

Installé à Reading, au Royaume-Uni, il emploie 145 personnes.

L'assimilation variationnelle quadridimensionnelle (Le Dimet et Talagrand, 1986) offre une alternative à l'utilisation du filtre de Kalman étendu. Il s'agit d'optimiser un critère objectif, appelé fonction coût, qui quantifie la distance entre une succession temporelle d'états du modèle et l'information disponible (ébauche et observations). Si l'on considère le modèle comme parfait (représentation exacte de la dynamique régissant le fluide atmosphérique), cela revient à chercher la trajectoire du modèle qui minimise le critère ; le problème d'optimisation se ramène alors à déterminer l'état initial de cette trajectoire privilégiée. Les trajectoires du modèle atmosphérique avant et après optimisation sont illustrées schématiquement sur la figure 1. Ce problème de minimisation se traite habituellement à l'aide d'algorithmes « de descente », auxquels il faut fournir le gradient (dérivées premières) de la fonction coût par rapport à la variable de contrôle (conditions initiales de la trajectoire). La fonction coût s'exprime généralement en fonction de tous les états successifs de l'atmosphère ; pour se ramener à une expression de son gradient par rapport au seul état initial, il est nécessaire d'utiliser la notion de **modèle adjoint**, qui sert à estimer le gradient par rapport aux paramètres d'entrée du modèle (Rabier et al., 1995). Dans le cadre d'une **dynamique** décrite par des équations linéaires, on montre que cette assimilation variationnelle donne les mêmes résultats, à la fin de la période d'assimilation, que le filtre de Kalman. Bien que les matrices de variances-covariances d'erreurs de prévision ne soient pas propagées au cours du temps dans la fenêtre d'assimilation comme elles le seraient dans un filtre de Kalman, l'assimilation variationnelle prend en compte la dynamique atmosphérique de façon à produire la meilleure analyse possible.



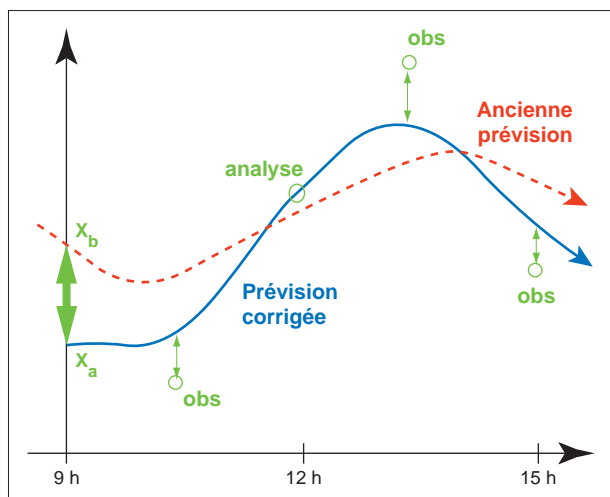


Figure 1 - Illustration schématique du 4D-VAR. Sur la fenêtre temporelle de six heures centrée sur 12 h UTC, la prévision effectuée à partir de l'ébauche X_b à 9 h UTC, avant prise en compte des données d'observation, décrit six heures d'évolution temporelle des champs atmosphériques (trait rouge). La prévision corrigée part de l'état initial X_a qui a été modifié pour ajuster la nouvelle trajectoire en fonction des observations disponibles dans la fenêtre d'assimilation (trait bleu). La fonction coût que l'on a ainsi minimisée fait intervenir, d'une part, la distance entre X_b et X_a (terme J_b d'écart à l'ébauche) et, d'autre part, les distances entre la succession d'états atmosphériques issus de X_a et les observations réparties dans le temps (terme J_o d'écart aux observations).

L'assimilation variationnelle a d'abord été testée dans des modèles simples (Lewis et Derber, 1985 ; Le Dimet et Talagrand, 1986 ; Talagrand et Courtier, 1987 ; Courtier et Talagrand, 1987), avant d'être appliquée aux modèles à **équations primitives** (Thépaut et Courtier, 1991 ; Rabier et Courtier, 1992 ; Navon et al., 1992 ; Zupanski, 1993).

L'apport de la prise en compte explicite de la dynamique dans l'assimilation a été démontré dans de nombreux articles sur des périodes d'assimilation supérieures à douze heures (Thépaut et al., 1993 et 1996 ; Rabier et al., 1998b ; Pires et al., 1996 ; Tanguay et al., 1996). Des résultats récents ont prouvé que le 4D-VAR pouvait également avoir un apport positif sur des périodes d'assimilation allant de trois à six heures (Rabier et al., 1998b ; Zou et al., 1995). Le CEPMMT a donc fait le choix de mettre en œuvre le 4D-VAR sur une période de six heures avec beaucoup de similarités avec le 3D-VAR, cette première version de 4D-VAR devant servir ensuite de base pour des développements ultérieurs.

RÉSULTATS D'UNE VERSION PRÉLIMINAIRE DU 4D-VAR

La méthode incrémentale

Comme indiqué ci-dessus, le 4D-VAR cherche une trajectoire du modèle réalisant un compromis acceptable entre les différentes sources d'information (l'ébauche et les observations réparties dans le temps, principalement).

Ce problème d'optimisation est trop coûteux en temps de calcul pour être traité en travaillant complètement à la **résolution spatiale** du modèle opérationnel. D'où l'introduction d'une **méthode incrémentale**, suggérée par Derber (communication personnelle) et décrite par Courtier et al. (1994). En utilisant des lois simplifiées pour l'évolution temporelle des **incrément**s, on peut ajuster le coût de l'assimilation variationnelle aux ressources disponibles, tout en espérant garder l'essentiel de la **physique** nécessaire à une bonne assimilation. En pratique, il s'agit de calculer les écarts initiaux entre états atmosphériques simulés par le modèle et observations, en effectuant une trajectoire à haute résolution avec le modèle complet (**paramétrisations** physiques opérationnelles incluses), puis de chercher des **incrément**s à l'ébauche en minimisant un problème simplifié à plus basse résolution. Cette approximation, pour la partie relative au changement de résolution, était déjà effectuée dans l'assimilation 3D-VAR. Au moment de la mise en œuvre opérationnelle du 4D-VAR, le modèle opérationnel comportait 31 niveaux sur la verticale avec une résolution horizontale T213 (**troncature triangulaire** effectuée au nombre d'onde 213, ce qui correspond à une **maille** d'environ 60 kilomètres), alors que le modèle à basse résolution utilisé pour les **incrément**s avait 31 niveaux sur la verticale et une troncature T63 (soit une maille d'environ 200 kilomètres). Pour le 4D-VAR, pendant la phase de minimisation, d'autres simplifications sont possibles dans la formulation du modèle lui-même. En particulier, dans la version préliminaire du 4D-VAR que nous décrivons dans ce paragraphe, le modèle linéaire tangent et le modèle adjoint employés dans la minimisation ne comportent pas de paramétrisations physiques similaires à celles contenues dans le modèle complet, mis à part une diffusion verticale simplifiée. La procédure incrémentale consiste à résoudre une suite de problèmes de minimisation en plusieurs étapes :

- Calcul de la trajectoire initiale du modèle de prévision à haute résolution avec une physique complète pour comparer, par tranches d'une heure, les états atmosphériques simulés aux observations.



- Minimisation à basse résolution avec physique très simplifiée (diffusion verticale uniquement).
- Mise à jour de la trajectoire du modèle de prévision à haute résolution avec une physique complète, à l'aide des incréments à l'ébauche trouvés lors de la minimisation.

Il est possible d'affiner cette procédure en répétant les phases 2 et 3 un certain nombre de fois. Chaque application de la phase 3 est appelée boucle externe. Chaque itération de l'algorithme de minimisation (calcul de la fonction coût et de son gradient) lors de la phase 2 est appelée boucle interne. Nous verrons plus tard que l'on utilisera plusieurs boucles externes pour l'introduction d'une physique plus élaborée dans une partie de la minimisation. Cependant, dans la version préliminaire du 4D-VAR, la manière de procéder est identique au 3D-VAR avec une seule boucle externe, une minimisation unique effectuant 70 itérations (70 boucles internes).

Comparaison des résultats du 4D-VAR et du 3D-VAR

Cette version préliminaire du 4D-VAR a été testée et comparée au 3D-VAR, alors opérationnel, sur plusieurs périodes d'assimilation de deux à trois semaines chacune. Pour chacun des deux algorithmes, à chaque analyse de 12 h UTC, une prévision à 10 jours d'échéance est lancée avec le modèle opérationnel. Les performances des deux séries de prévisions sont alors comparées sur le total de 12 semaines. Les résultats montrent que, dans les deux hémisphères, la qualité des prévisions issues de l'assimilation 4D-VAR est supérieure à celles issues du 3D-VAR. Cette supériorité est vérifiée que l'on compare les prévisions aux analyses opérationnelles, aux analyses issues de la même expérience d'assimilation ou aux observations. Les moyennes, calculées sur 12 semaines, des écarts quadratiques entre prévisions et observations de radiosondages sont présentées sur la figure 2 pour l'hémisphère nord. Pour tous les paramètres représentés (géopotential à 1 000 hPa et à 500 hPa, température à 1 000 hPa et vecteur vent à 850 hPa), la comparaison est favorable au 4D-VAR, avec un écart quadratique moyen plus faible, et cela à toutes les échéances, de 12 heures à 10 jours.

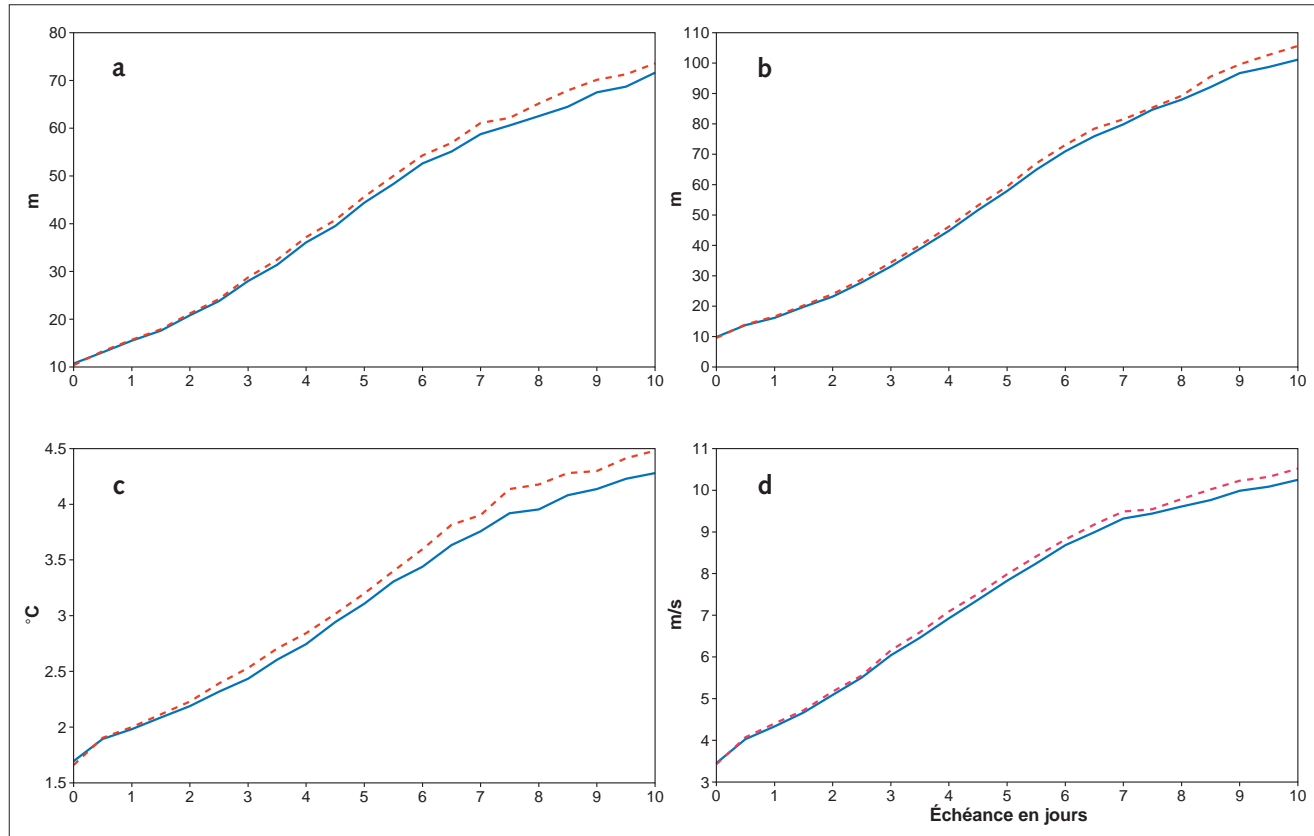
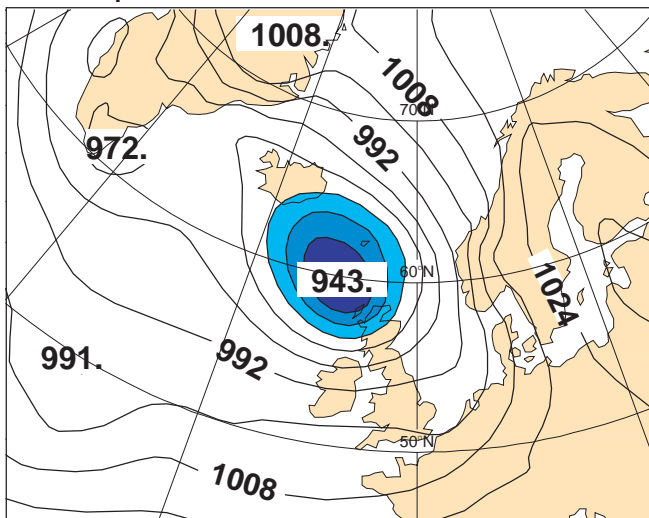


Figure 2 - Vérification des prévisions. Écarts quadratiques moyens sur 12 semaines entre les prévisions et les observations issues de radiosondages dans l'hémisphère nord. Les traits bleus correspondent aux erreurs des prévisions issues du 4D-VAR et les traits rouges aux erreurs des prévisions issues du 3D-VAR. L'abscisse est l'échéance de la prévision, en jours.

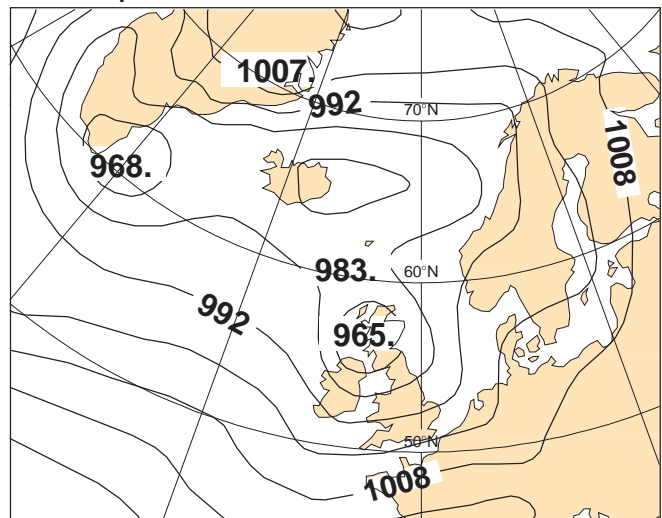
Figure 2a, géopotential à 1 000 hPa ; figure 2b, géopotential à 500 hPa ; figure 2c, température à 1 000 hPa ; figure 2d, vitesse du vent à 850 hPa.

L'étude de ces 12 semaines de comparaison a permis de dégager d'autres conclusions. Ainsi, à moyenne échéance, le 4D-VAR se comporte en général mieux dans les cas de prévisions relativement mauvaises, tout en obtenant au moins autant de très bonnes prévisions. Par exemple, dans l'hémisphère nord, pour la corrélation des anomalies de géopotential à 500 hPa à cinq jours d'échéance, le nombre de très bonnes prévisions, dont la corrélation est supérieure à 85 %, est de 17 pour le 3D-VAR contre 20 pour le 4D-VAR, alors que le nombre de prévisions médiocres dont la corrélation est inférieure à 65 % est de 6 pour le 3D-VAR contre seulement 2 pour le 4D-VAR. L'écart entre les performances de deux systèmes est d'autant plus significatif d'un point de vue statistique que l'échantillon présente moins de dispersion. C'est le cas des prévisions à courte échéance (jusqu'à trois jours environ) dont les scores présentent moins de variabilité temporelle qu'à moyenne échéance (au-delà de quatre jours). Le 4D-VAR est alors systématiquement meilleur que le 3D-VAR, quelle que soit la période de deux semaines considérée dans l'ensemble de l'expérimentation. Dans l'hémisphère nord, l'amélioration la plus nette se situe sur les zones océaniques des latitudes tempérées. Dans l'hémisphère sud, l'impact est très marqué sur l'ensemble des zones des latitudes tempérées.

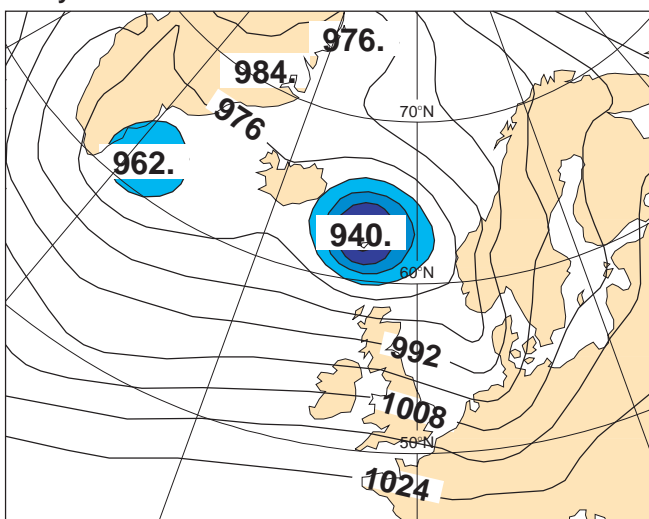
4D-VAR : prévision a 180 h du 12.2.97 12 h



3D-VAR : prévision a 180 h du 12.2.97 12 h



Analyse 4D-VAR du 20.2.97 0 h



Analyse 3D-VAR du 20.2.97 0 h

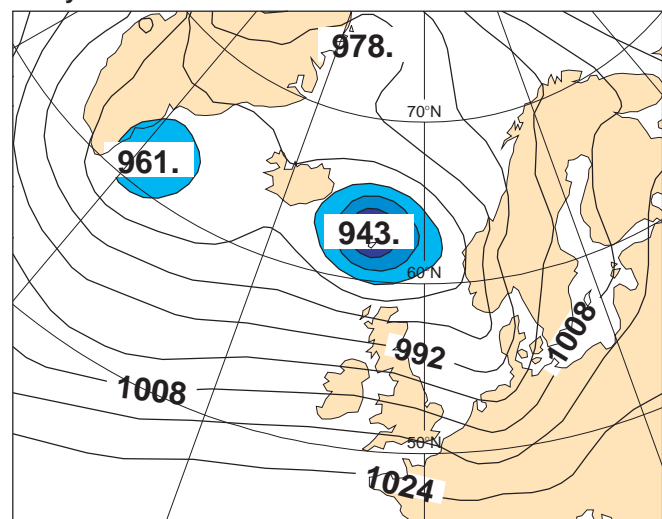


Figure 3 - Vérification des prévisions. Cartes de pression de surface réduite au niveau de la mer, en hPa, pour la période d'observation intensive POI 17 de la campagne Fastex. Les figures du haut présentent les prévisions à 180 heures d'échéance issues des analyses du 12 février 1997 à 12 h UTC pour le 4D-VAR (à gauche) et pour le 3D-VAR (à droite). Les figures du bas représentent les analyses vérifiantes correspondantes.

Les situations de l'expérience Fastex

Le mois de février 1997, contenu dans la période d'expérimentation, est particulièrement intéressant car il correspond à la campagne de mesures Fastex, organisée par Météo-France en collaboration avec de nombreux organismes en France et à l'étranger. Cette campagne de mesures était conçue pour étudier les cyclogenèses de l'océan Atlantique nord (Joly et al., 1997). Un cas synoptique bien documenté est la dix-septième période d'observation intensive (POI 17), qui décrit une dépression dont l'analyse manuelle indique une pression de surface de 937 hPa au nord de l'Écosse le 20 février 1997 à 0 h UTC.

Pour ce système dépressionnaire, la prévision à moyenne échéance du 12 février à 12 h UTC est notablement meilleure avec le 4D-VAR qu'avec le 3D-VAR. La figure 3 illustre les deux prévisions à échéance de 180 heures et leurs analyses vérifiantes le 20 à 0 h UTC, pour la pression de surface. On constate une nette amélioration de la qualité de la prévision quand on passe au 4D-VAR, avec une dépression prévue de 943 hPa contre 965 hPa dans le cas du 3D-VAR. Les analyses vérifiantes sont également différentes, avec un champ de pression plus exact et plus creux, pour le 4D-VAR : minimum de 940 hPa au lieu de 943 hPa pour le 3D-VAR. Il ne s'agit bien sûr là que d'une seule prévision et cette amélioration impressionnante ne s'applique pas à toutes les échéances.

Pour comparer de manière plus objective la qualité des deux séries de prévisions au cours de cet épisode, nous avons calculé l'erreur quadratique moyenne de la prévision du minimum de pression (estimée par rapport à l'analyse manuelle de 937 hPa), la moyenne portant sur les prévisions produites du 11 au 19 février à 12 h UTC, soit un ensemble de neuf prévisions. Cette erreur vaut 15 hPa pour le 4D-VAR au lieu de 19 hPa pour le 3D-VAR, soit une amélioration de 20 % de la qualité. Pendant les trois semaines de prévisions calculées en parallèle, du 1^{er} au 21 février 1997, le 4D-VAR s'est généralement mieux comporté sur les régions atlantique et européenne. Par exemple, l'erreur quadratique moyenne pour le géopotentiel à 500 hPa à 12 heures d'échéance sur l'Atlantique nord vaut respectivement 8,8 m et 10,8 m pour le 4D-VAR et le 3D-VAR ; à 48 heures d'échéance sur l'Europe, ces valeurs sont 25,6 m et 27,3 m (la comparaison est effectuée par rapport à l'analyse vérifiante de chaque prévision). Pour illustrer la performance du système d'assimilation lui-même, la moyenne de la distance de l'ébauche et de l'analyse aux observations de radiosondages dans la zone allant de 40° N à 70° N et de 50° W à 10° W a été calculée du 1^{er} au 21 février 1997 pour les deux systèmes. La figure 4 montre cette distance pour le géopotentiel et pour la composante méridienne du vent, en fonction de la pression. Pour ces deux paramètres, l'ébauche (prévision à 6 heures) du 4D-VAR est significativement plus proche des observations que l'ébauche issue du 3D-VAR. La supériorité du 4D-VAR est également nette quand on examine les distances des analyses aux observations (environ 300 données entrent dans le calcul à chaque niveau de pression).

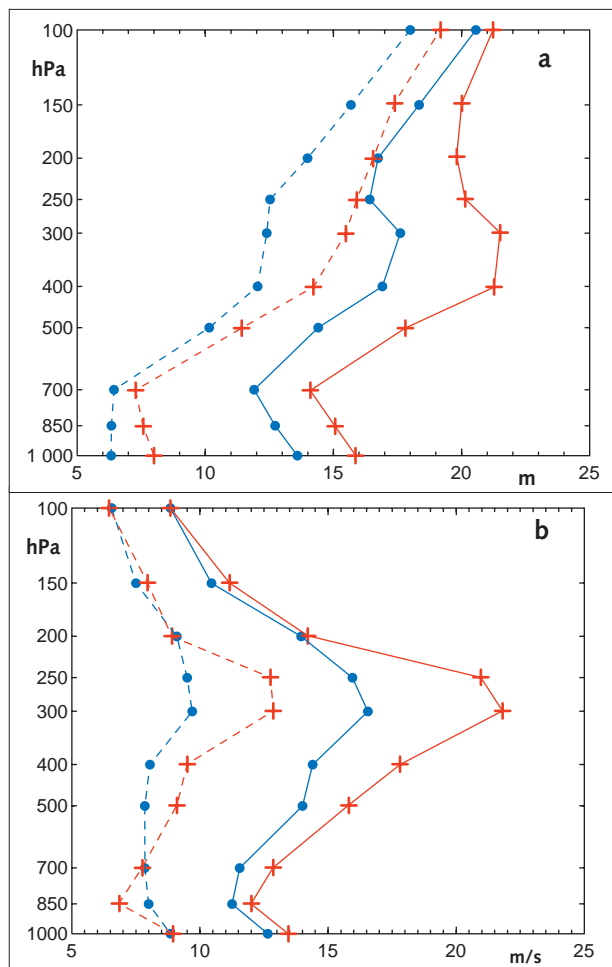


Figure 4 - Écart quadratique moyen sur la zone Atlantique (du 1^{er} au 21 février 1997) entre les radiosondages et les profils verticaux obtenus par l'ébauche (traits pleins) et l'analyse (traits pointillés). Les résultats du 4D-VAR sont figurés par des points bleus et ceux du 3D-VAR par des croix rouges. La figure 4a correspond au géopotentiel (en m) et la figure 4b à la composante méridienne du vent (en m/s). L'ordonnée est la pression en hPa.

est significativement plus proche des observations que l'ébauche issue du 3D-VAR. La supériorité du 4D-VAR est également nette quand on examine les distances des analyses aux observations (environ 300 données entrent dans le calcul à chaque niveau de pression).

L'apport de la dynamique

Les résultats présentés ci-dessus montrent nettement la meilleure performance générale du 4D-VAR par rapport au 3D-VAR ; en particulier, ils illustrent la meilleure qualité des prévisions des développements synoptiques des latitudes tempérées, à courte et moyenne échéance. Il est évident que cette amélioration résulte de la meilleure prise en compte de la dynamique dans le 4D-VAR, puisque la différence primordiale entre les deux systèmes réside dans le traitement de la dynamique. Pour mieux comprendre cet apport de la dynamique atmosphérique, nous allons l'illustrer sur le cas simplifié de l'assimilation d'une seule observation.



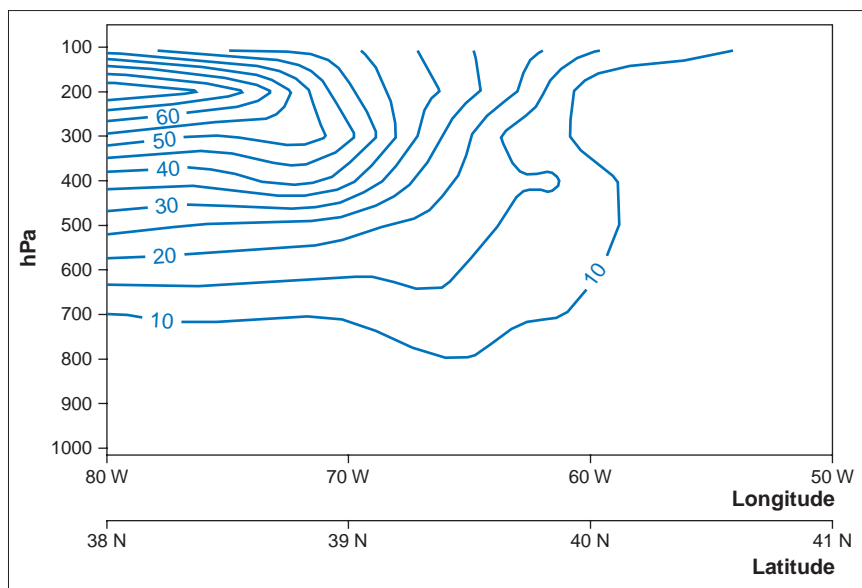


Figure 5 - Ébauche pour le 5 décembre 1996 à 0 h UTC. Coupe verticale, selon un axe allant de 38° N – 80° W à 42° N – 40° W, de la composante zonale du vent (en m/s).

Pour une date arbitraire, le 5 décembre 1996 à 0 h UTC, une zone **barocline** est sélectionnée dans l'océan Atlantique. Une coupe de la composante zonale du vent de l'ébauche est présentée sur la figure 5 qui montre le courant-jet à 200 hPa et le décalage du système vers l'ouest avec l'altitude, typique d'un système barocline actif aux latitudes tempérées. L'assimilation est effectuée sur la période du 4 décembre 1996 à 21 h UTC au 5 décembre 1996 à 3 h UTC. Lors de trois assi-

milations distinctes, une observation de géopotential est introduite au niveau 850 hPa à 60° W et 40° N le 4 décembre 1996 à 21 h UTC, le 5 décembre 1996 à 0 h UTC et le 5 décembre 1996 à 3 h UTC. Dans les trois cas, l'écart initial entre ébauche et observation est identique ; les incréments causés par cette observation sont présentés sur la figure 6. L'observation insérée en début de période d'assimilation à 21 h UTC provoque un incrément similaire à celui qu'aurait produit un 3D-VAR (figure du haut). La dynamique ne peut pas jouer de rôle puisqu'il n'y a pas d'intégration temporelle du modèle entre le début de la fenêtre d'assimilation et l'heure d'observation. L'assimilation propage l'information apportée par l'observation de manière isotrope sur l'horizontale et régulière sur la verticale. Par contre, quand l'observation est insérée trois ou six heures après le début de la fenêtre d'assimilation, la dynamique peut intervenir pour altérer la manière dont l'information est interpolée de manière cohérente avec la situation météorologique. C'est ce que l'on constate sur les figures du milieu et du bas, où les structures se déforment en s'inclinant sur la verticale de manière similaire à l'ébauche présentée sur la figure précédente. Cela illustre l'importance de la dynamique atmosphérique pour l'assimilation des données dans les systèmes synoptiques des latitudes tempérées, même sur une période de quelques heures.

INTRODUCTION D'UNE PHYSIQUE LINÉARISÉE

Les expériences d'assimilation 4D-VAR décrites précédemment ont été effectuées avec une version linéarisée quasi adiabatique du modèle de prévision numérique, c'est-à-dire ne représentant pas les sources et les puits d'énergie, de quantité de mouvement et d'humidité dus aux processus physiques irréversibles. Dans le modèle de prévision numérique, ces processus sont décrits au moyen de paramétrisations destinées à représenter leur effet moyen sur les échelles résolues par le modèle. Ils jouent un rôle important dans l'évolution de l'écoulement atmosphérique, notamment près de la surface où la turbulence dissipe la quantité de mouvement et transporte efficacement l'énergie et l'humidité vers l'atmosphère libre. De même, dans les régions tropicales, la circulation de grande échelle est principalement pilotée par le chauffage produit par la convection profonde et le rayonnement.

Les simplifications nécessaires

L'introduction des processus physiques dans les versions linéaire tangente et adjointe du modèle de prévision devrait améliorer la description de l'évolution temporelle des incréments et permettre de minimiser, dans la boucle interne, un problème à basse résolution plus proche du problème réel défini dans la boucle externe. La linéarisation de ces processus est par ailleurs un prérequis si l'on souhaite assimiler dans le formalisme 4D-VAR de nouvelles observations satellitaires liées au cycle de l'eau, comme les précipitations, la couverture nuageuse ou le contenu en eau des nuages. Deux problèmes se posent alors : d'une part, les processus physiques sont pour la plupart non linéaires, avec des



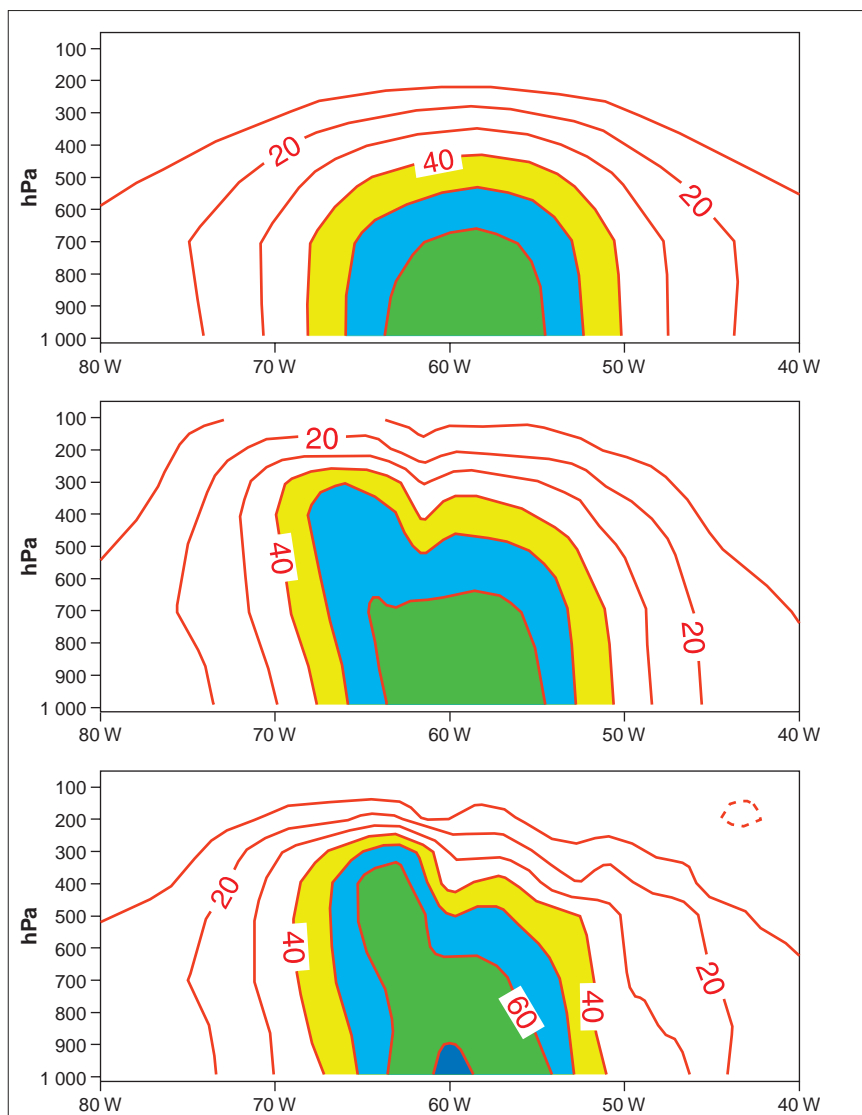


Figure 6 - Situation météorologique identique à celle de la figure 5. Incréments de géopotential occasionnés par l'introduction d'une observation de géopotential à 850 hPa à différentes heures, pour un écart identique entre l'ébauche et l'observation. La coupe verticale est effectuée selon le même axe que la figure 5. En haut, l'observation est placée à 21 h UTC, en début de fenêtre d'assimilation ; au milieu, l'observation est placée à 0 h UTC, en milieu de fenêtre d'assimilation ; en bas, l'observation est placée à 3 h UTC, en fin de fenêtre d'assimilation (en m^2/s^2).

seuils de déclenchement, d'autre part, leur paramétrisation est coûteuse en temps de calcul. Il est donc nécessaire d'évaluer précisément l'utilité d'une linéarisation des paramétrisations physiques et les éventuels problèmes posés par cette simplification. De même, un compromis doit être trouvé entre le bénéfice apporté par l'introduction des processus physiques dans le 4D-VAR, en termes de qualité des analyses et des prévisions, et l'augmentation de temps de calcul qu'elle engendre.

Un premier ensemble de paramétrisations physiques a été linéarisé au CEPMMT. Les processus retenus sont la diffusion verticale dans la couche limite planétaire, le frottement au sol, l'effet de blocage de l'écoulement par le relief **sous-maille**, les précipitations de grande

échelle, le transport vertical induit par la convection profonde et une description simplifiée des processus radiatifs de grande longueur d'onde.

Il est important de préciser que, tout en restant proche de la description des processus employée dans le modèle non linéaire, il a fallu introduire certaines simplifications expliquées en détail par Mahfouf (1999). À titre d'exemple, nous avons adopté un schéma **diagnostique** pour la condensation de grande échelle alors que le modèle non linéaire décrit les processus de condensation au moyen d'un schéma dans lequel la nébulosité fractionnaire et l'eau condensée en suspension sont des variables **pronostiques** transportées dans le temps. L'emploi d'une telle paramétrisation dans l'assimilation 4D-VAR nécessiterait d'initialiser non seulement la température, l'humidité et le vent, mais également les variables caractérisant les nuages. Il s'agit là d'un travail de longue haleine qui ne pouvait être entrepris dans un premier temps. De même, la paramétrisation du rayonnement dans les grandes longueurs d'onde est trop coûteuse pour que l'on puisse décrire les interactions avec les nuages à tous les **pas de temps** du modèle non linéaire. Dans une assimilation dont la fenêtre temporelle varie entre 6 et 24 heures, ce sont surtout les interactions entre le rayonnement et les nuages qui vont modifier la structure thermodynamique de l'atmosphère. Si l'on veut représenter ces interactions dans une version linéarisée, il est nécessaire de développer un schéma de rayonnement moins coûteux en temps de calcul, mais qui décrive de manière plus appropriée les interactions avec les nuages. Là aussi, il s'agit d'un développement à long terme qui ne pouvait être entrepris immédiatement.



L'apport de la physique linéarisée

Afin de vérifier si le modèle linéaire tangent dans lequel sont introduits les processus physiques linéarisés décrit mieux l'évolution temporelle de petites modifications, une série d'expériences a été menée : la différence entre deux évolutions du modèle non linéaire de prévision (avec et sans la modification) a été comparée à des évolutions du modèle linéaire appliqué à la même modification, avec et sans processus physiques. Les incréments propagés sur une période de six heures sont plus réalistes lorsque le modèle linéaire tangent inclut des processus physiques. La réduction des erreurs par rapport à la référence non linéaire est très importante près de la surface. Les effets de dissipation de quantité de mouvement par la turbulence et par le relief d'échelle inférieure à la maille empêchent l'amplification irréaliste des incréments près de la surface. Les incréments d'humidité sont également plus réalistes dans la couche limite (effet de la diffusion turbulente), dans l'atmosphère libre aux moyennes latitudes (effet de la condensation de grande échelle) et dans la basse troposphère tropicale (effet de la convection profonde).

Le calcul des modifications les plus instables sur une période de six heures révèle des taux d'amplification plus faibles lorsque l'on inclut les processus physiques dans la version linéarisée du modèle, conséquence de la présence des processus dissipatifs. Cette tendance est toutefois inversée dans les zones précipitantes où la libération de chaleur latente diminue la stabilité statique de l'atmosphère, conduisant localement à des modes plus instables.

Dans l'assimilation 4D-VAR, l'augmentation de la dissipation induite par les processus physiques dans les modèles linéarisés conduit à un ajustement moins facile de la trajectoire du modèle aux données d'observation au cours de la minimisation de la fonction coût. Nous avons noté que l'introduction de la physique dans la boucle interne du 4D-VAR n'a pas d'impact sur l'efficacité de la convergence de la minimisation, car l'approche incrémentale cherche la solution d'un problème linéaire. Par contre, le terme d'ajustement aux observations (J_0 dans la fonction coût) a une valeur plus élevée à la fin de la minimisation. Cet effet pourrait a priori paraître négatif mais, lorsque les incréments calculés à la fin de la boucle interne sont introduits dans le modèle non linéaire à haute résolution pour recalculer l'ajustement de la trajectoire aux observations, on constate que le nouveau calcul du terme J_0 est le plus proche de la valeur obtenue à la fin de la minimisation lorsque le modèle linéarisé inclut des processus physiques. Ce résultat montre une meilleure cohérence entre les boucles interne et externe du 4D-VAR incrémental lorsque les processus physiques sont décrits dans le modèle linéaire tangent et le modèle adjoint. Cet effet bénéfique doit être tempéré par une augmentation substantielle du temps de calcul (facteur 2,5). Nous avons donc envisagé une autre configuration du 4D-VAR visant à garder le bénéfice de la physique linéarisée tout en réduisant le temps de calcul.

La solution retenue

En optant pour une configuration avec deux mises à jour de la trajectoire à haute résolution, le surcoût imposé par la physique n'est plus que de 25 %. Une première minimisation à basse résolution avec 50 itérations est effectuée avec une version linéaire adiabatique du modèle de prévision puis, après un nouveau calcul de trajectoire à haute résolution, une seconde minimisation à basse résolution de 20 itérations est effectuée avec une version linéaire du modèle incluant les processus physiques. Nous avons vérifié que le minimum atteint reste très proche de celui qui est obtenu par une configuration dans laquelle les processus physiques sont activés dans les deux boucles internes. En effet, la minimisation va d'abord ajuster les grandes échelles de l'écoulement atmosphérique, qui sont principalement gouvernées par la dynamique adiabatique, puis modifier les échelles plus fines qui sont davantage contrôlées par les processus physiques. Sur une série de quinze jours d'assimilation et de prévisions à dix jours d'échéance, nous avons montré que l'impact des processus physiques est neutre aux moyennes latitudes, mais positif dans les zones tropicales. Les incréments d'humidité sont plus faibles lorsque la physique est introduite, conduisant à une réduction des précipitations excessives en début de prévision ainsi qu'à une réduction significative de l'erreur quadratique moyenne du vent à 850 hPa et à 200 hPa.



RÉSULTATS OPÉRATIONNELS

La comparaison présentée ci-dessus a conduit à décider la mise en œuvre opérationnelle du 4D-VAR avec une représentation linéaire des processus physiques dans le modèle linéaire tangent et le modèle adjoint. Une nouvelle période de douze semaines d'expérimentation parallèle entre le 4D-VAR avec physique et le 3D-VAR a montré la supériorité du nouveau système d'assimilation. La chaîne en double préopérationnelle du 9 octobre 1997 au 24 novembre 1997 a confirmé ces résultats. Les analyses des deux systèmes pouvant être significativement différentes, les statistiques de vérification des prévisions ont été calculées par rapport à leur propre analyse. Les résultats sont présentés sur la figure 7 pour la moyenne sur quarante jours de l'écart quadratique d'erreur de prévision. Le net impact positif du 4D-VAR est confirmé par un test statistique. Des intervalles de confiance à 90 % ont été calculés pour chaque échéance de prévision et tracés sur les courbes de différences de scores. On voit que le 4D-VAR est significativement meilleur que le 3D-VAR à toutes les échéances dans les deux hémisphères, sauf pour la prévision à sept jours d'échéance dans l'hémisphère sud pour laquelle l'amélioration est un peu moins significative. De manière générale, l'amélioration des scores de prévision est encore plus significative à courte échéance.

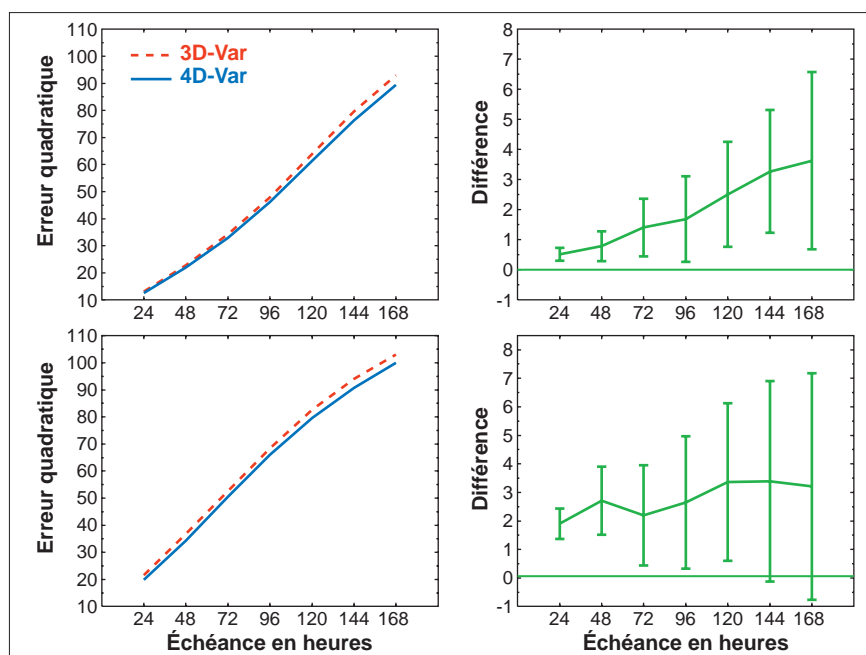


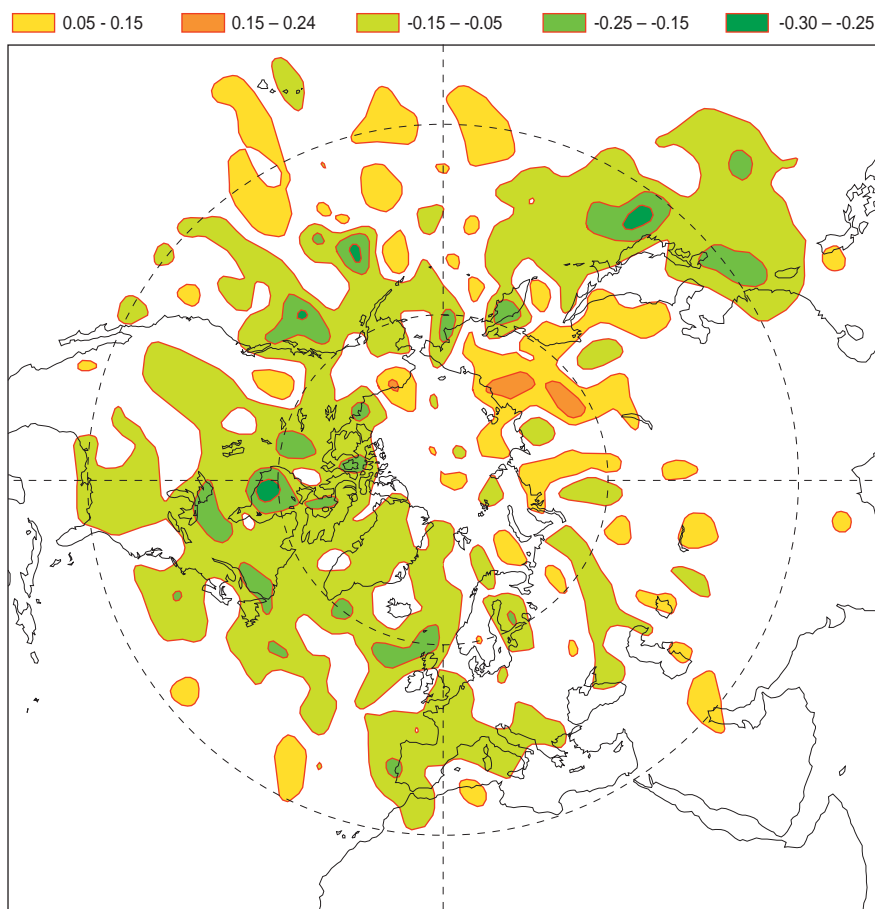
Figure 7 - Comparaison des erreurs quadratiques moyennes de prévision sur l'hémisphère nord (en haut) et l'hémisphère sud (en bas) pour le géopotentiel à 500 hPa, durant quarante jours de chaîne en double : 3D-VAR (rouge) et 4D-VAR (bleu). Sur les figures de droite, les différences sont représentées avec leurs intervalles de confiance à 90 %.

La meilleure performance en termes de scores de prévision est certainement liée à une meilleure analyse, dans la mesure où l'analyse est la seule composante du système d'assimilation et de prévision qui ait été modifiée. Pour juger de la qualité des analyses, la partie instable de l'erreur d'analyse a été calculée pour les deux systèmes, suivant la procédure décrite dans Rabier et al. (1996) et Klinker et al. (1998). Cette composante de l'erreur est obtenue en cherchant les incréments à apporter à l'analyse de manière à réduire l'erreur de prévision subséquente. Pour ce faire, on calcule à posteriori l'erreur de prévision à deux jours d'échéance comme étant la différence entre la prévision à deux jours et l'analyse correspondante. Puis, on effectue quelques itérations de la minimisation de la norme de cette erreur de prévision par rapport aux conditions initiales (trois itérations en pratique). On obtient ainsi une estimation de la partie de l'erreur d'analyse qui croît rapidement lors de la prévision, pour occasionner une erreur substantielle à quelques jours d'échéance. Ces erreurs se produisent principalement dans les régions dynamiquement instables et peu couvertes par les réseaux d'observation. Elles ne décrivent qu'une partie de l'erreur de prévision, puisqu'il existe d'autres sources d'erreurs qui sont les erreurs d'analyse à croissance modérée et les erreurs du modèle de prévision. Cependant, cette partie instable de l'erreur d'analyse est responsable de la plupart des échecs majeurs de prévision à quelques jours d'échéance. L'écart quadratique moyen des parties instables de l'erreur d'analyse définie ci-dessus a été calculé sur la chaîne préopérationnelle pour les latitudes supérieures à 30° N. Pour le géopotentiel à 500 hPa, les valeurs sont plus faibles pour le 4D-VAR (1,6 m) que pour le 3D-VAR (1,7 m). D'autre part,



on peut calculer l'évolution temporelle de ces erreurs d'analyse en effectuant la différence entre une intégration issue d'une analyse corrigée et une intégration du modèle issue de l'analyse non modifiée. Les écarts quadratiques moyens de ces erreurs propagées sur 24 heures montrent encore plus nettement la différence entre les deux systèmes (valeurs respectives de 4,7 m et 5 m). La distribution géographique des différences entre ces parties instables des erreurs d'analyse intégrées sur 24 heures est visible sur la figure 8. Les zones vertes indiquent les endroits où l'erreur est plus faible pour le 4D-VAR. Comme on le voit, ces zones sont largement répandues. Elles s'étendent en particulier du Pacifique est à l'Europe. Cela confirme que les meilleures prévisions à courte échéance sont dues à de meilleures analyses. En particulier, la partie instable de l'erreur d'analyse est moindre pour le 4D-VAR aux latitudes tempérées sur la plus grande partie de l'hémisphère nord.

Figure 8 - Distribution géographique de la différence entre les écarts quadratiques moyens des parties instables des erreurs d'analyses du 3D-VAR et du 4D-VAR, propagées sur 24 heures, pour le géopotential à 500 hPa. La moyenne porte sur la période préopérationnelle de 47 jours. Les zones vertes indiquent les valeurs négatives, où les erreurs issues du 4D-VAR sont plus faibles.



Après la mise en œuvre opérationnelle le 25 novembre 1997, la performance des prévisions du CEPMMT a été particulièrement bonne pendant l'hiver 1997-1998. Pour documenter la contribution du nouveau système d'assimilation à cette performance, des expériences de chaînes de prévision fonctionnant en parallèle ont à nouveau été conduites pour comparer le 3D-VAR au 4D-VAR. Ces études ont confirmé que le 4D-VAR, qui apporte une amélioration comparable à celle qui avait été constatée pendant la période préopérationnelle, a largement contribué à l'excellente performance opérationnelle de l'hiver 1997-1998. D'autres diagnostics ont montré la faculté du 4D-VAR à créer des incréments baroclines en accord avec la dynamique atmosphérique et à produire une analyse généralement plus barocline, dont le flux méridien de chaleur par les tourbillons est plus important. Les tourbillons sont plus actifs en particulier sur les océans où l'on a déjà vu que les prévisions issues du 4D-VAR étaient de meilleure qualité. Il semble donc que cette intensité accrue des tourbillons au-dessus des océans, apportée par le potentiel du 4D-VAR à créer des incréments baroclines en accord avec la dynamique, soit réaliste et bénéfique pour la prévision.



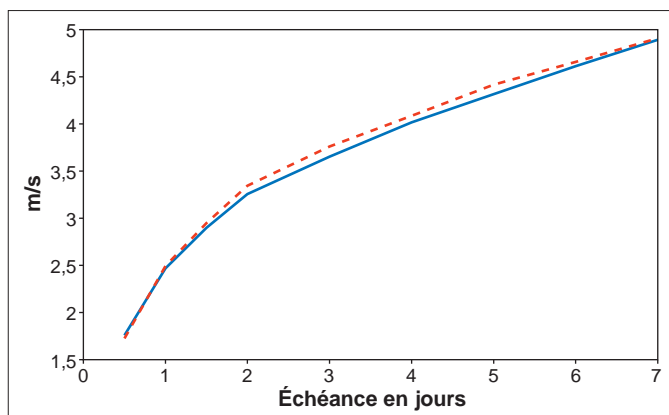


Figure 9 - Écart quadratique moyen d'erreur de prévision du vent à 850 hPa (en m/s) dans la zone tropicale (20° N-20° S) pour 40 jours de période préopérationnelle. Le 4D-VAR est représenté par la courbe en bleu et le 3D-VAR par la courbe en rouge. L'abscisse est l'échéance en jours.

Le 4D-VAR a aussi amélioré la performance des prévisions dans les régions tropicales. Comme c'est le cas dans les deux hémisphères aux latitudes tempérées, l'écart entre ébauches du 4D-VAR et observations est plus faible que pour les ébauches issues du 3D-VAR. De plus, le score pour le vent à 850 hPa est amélioré comme le montre la figure 9.

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté les résultats d'une version préliminaire du 4D-VAR incorporant une physique très simplifiée dans la phase de minimisation. Douze semaines d'expérimentation ont montré que les prévisions obtenues à partir du 4D-VAR étaient meilleures, en moyenne, que celles qui étaient produites avec un schéma d'assimilation 3D-VAR, surtout lors de cyclogenèses aux moyennes latitudes. Il semble que les processus liés à la dynamique atmosphérique soient non négligeables même sur une période d'assimilation relativement courte de six heures. D'autre part, nous avons décrit l'impact de l'inclusion de processus physiques simplifiés dans les modèles linéaire tangent et adjoint. Cet impact est particulièrement positif dans la zone tropicale. La configuration choisie pour la mise en œuvre opérationnelle comporte deux minimisations pour chaque analyse : une première minimisation (50 itérations de l'algorithme de descente) avec une physique très simplifiée et une deuxième minimisation (20 itérations de l'algorithme de descente) avec une physique plus complète. Le coût en temps de calcul de cette nouvelle technique d'assimilation des données d'observation est multiplié par trois par rapport au 3D-VAR.

Cette nouvelle technique produit de meilleures prévisions que l'ancien 3D-VAR, et cela de manière significative, à toutes les échéances et dans toutes les zones géographiques. Les incréments du 4D-VAR sont plus baroclines, conduisant à une analyse plus barocline sur les océans avec une activité accrue des tourbillons. Malgré cette activité accrue, la partie instable des erreurs d'analyse est réduite ; on obtient de meilleures prévisions, ce qui prouve le réalisme des structures introduites par l'analyse. Le 4D-VAR est donc capable de produire des incréments en accord avec la dynamique atmosphérique, ce qui améliore l'analyse et les prévisions qui en découlent.

Les lecteurs intéressés trouveront une description plus exhaustive de ces résultats dans Rabier et al. (2000), Mahfouf et Rabier (2000) et Klinker et al. (2000).

Pour faciliter la validation de cette nouvelle technique, la première version opérationnelle du 4D-VAR qui vient d'être décrite a été volontairement choisie la plus proche possible du schéma classique d'assimilation 3D-VAR. Les deux techniques utilisent la même fenêtre temporelle de six heures, les mêmes observations et les mêmes statistiques. Le potentiel du 4D-VAR est encore très important. Depuis la date de mise en œuvre opérationnelle, une amélioration a été apportée en 1998 (Järvinen et al., 1999) : elle consiste à introduire davantage de données asynoptiques, ce qui était impossible en 3D-VAR. On peut s'attendre à des résultats encore plus intéressants dans l'avenir, notamment grâce à une meilleure prise en compte des processus physiques et à une amélioration de la convergence de la méthode incrémentale. À plus long terme, le but est d'étendre la fenêtre temporelle à 12 heures voire 24 heures et d'estimer les erreurs de prévision à l'aide d'un filtre de Kalman simplifié.

BIBLIOGRAPHIE

Andersson E., J. Haseler, P. Undén, P. Courtier, G. A. Kelly, D. Vasiljevic, C. Brankovic, C. Cardinali, C. Gaffard, M. Hamrud, A. Hollingsworth, C. Jakob, P. Janssen, E. Klinker, A. Lanzinger, M. Miller, F. Rabier, A. Simmons, B. Strauss, J.-N. Thépaut et P. Viterbo, 1998 : The ECMWF implementation of three-dimensional variational data assimilation (3D-VAR). III: Experimental results. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1831-1860.

- Courtier P. et O. Talagrand, 1987 : Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equations. Part II: Numerical results. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 113, 1329-1347.
- Courtier P., J.-N. Thépaut et A. Hollingsworth, 1994 : A strategy for operational implementation of 4D-VAR, using an incremental approach. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 120, 1367-1388.
- Courtier P., E. Andersson, W. Heckley, J. Pailleux, D. Vasiljevic, M. Hamrud, A. Hollingsworth, F. Rabier et M. Fisher, 1998 : The ECMWF implementation of three-dimensional variational data assimilation (3D-VAR). I: Formulation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1783-1807.
- Desroziers G., B. Pouponneau, J.-N. Thépaut, M. Janiskova et F. Veersé, 2000 : Four-dimensional variational analyses of Fastex situations using special observations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125, 3339-3358.
- Janiskova M., J.-N. Thépaut et J.-F. Geleyn, 1999 : Simplified and regular physical parameterizations for incremental four-dimensional variational assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, 127, 26-45.
- Järvinen H., E. Andersson et F. Bouttier, 1999 : Variational assimilation of time sequences of surface observations with serially correlated errors. ECMWF Technical Memorandum n° 266, Reading, Royaume-Uni.
- Jazwinski A. H., 1970 : *Stochastic processes and filtering theory*. Academic press, New York.
- Joly A., D. Jorgensen, M. A. Shapiro, A. J. Thorpe, P. Bessemoulin, K. A. Browning, J.-P. Cammas, J.-P. Chalon, S. A. Clough, K. A. Emanuel, L. Eymard, R. Gall, P. H. Hildebrand, R. H. Langland, Y. Lemaître, P. Lynch, J. A. Moore, P. Ola, G. Persson, C. Snyder et R. M. Wakimoto, 1997 : The Fronts and Atlantic Storm Tracks Experiment (Fastex): Scientific objectives and experimental design. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 9, 1917-1940.
- Klinker E., F. Rabier et R. Gelaro, 1998 : Estimation of key analysis errors using the adjoint technique. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1909-1933.
- Klinker E., F. Rabier, G. Kelly et J.-F. Mahfouf, 2000 : The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. Part III: Experimental results and diagnostics with operational configuration. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 1191-1215.
- Le Dimet F.-X. et O. Talagrand, 1986 : Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations. *Tellus*, 38A, 97-110.
- Lewis J. et J. Derber, 1985 : The use of adjoint equations to solve a variational adjustment problem with advective constraints. *Tellus*, 37A, 309-327.
- Mahfouf J.-F., 1999 : Influence of physical processes on the tangent-linear approximation, *Tellus*, 51A, 147-166.
- Mahfouf J.-F. et F. Rabier, 2000 : The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. Part II: Experimental results with improved physics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 1171-1190.
- Navon I. M., X. Zou, K. Johnson, J. Derber et J. Sela, 1992 : Variational data assimilation with an adiabatic version of the NMC spectral model. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1433-1446.
- Pires C., R. Vautard et O. Talagrand, 1996 : On extending the limits of variational assimilation in nonlinear chaotic systems. *Tellus*, 48A, 96-121.
- Rabier F. et P. Courtier, 1992 : Four-dimensional assimilation in the presence of baroclinic instability. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 118, 649-672.
- Rabier F., 1993 : Assimilation variationnelle de données météorologiques en présence d'instabilité barocline. *La Météorologie* 8^e série, 4, 57-72.
- Rabier F., E. Klinker, P. Courtier et A. Hollingsworth, 1995 : Sensibilité des erreurs de prévision aux conditions initiales. *La Météorologie* 8^e série, 12, 31-37.
- Rabier F., E. Klinker, P. Courtier et A. Hollingsworth, 1996 : Sensitivity of forecast errors to initial conditions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 122, 121-150.



- Rabier F., A. McNally, E. Andersson, P. Courtier, P. Undén, J. Eyre, A. Hollingsworth et F. Bouttier, 1998a : The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-VAR). II: Structure functions. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1809-1829.
- Rabier F., J.-N. Thépaut et P. Courtier, 1998b : Extended assimilation and forecast experiments with a four-dimensional variational assimilation system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 124, 1861-1887.
- Rabier F., H. Järvinen, E. Klinker, J.-F. Mahfouf et A. Simmons, 2000 : The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. Part I: Experimental results with simplified physics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 1143-1170.
- Talagrand O. et P. Courtier, 1987 : Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equations. Part I: Theory. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 113, 1311-1328.
- Tanguay M., P. Bartello et P. Gauthier, 1996 : Four-dimensional assimilation with a wide range of scales. *Tellus*, 47A, 974-997.
- Thépaut J.-N. et P. Courtier, 1991 : Four-dimensional variational data assimilation using the adjoint of a multilevel primitive-equation model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 117, 1225-1254.
- Thépaut J.-N., R. N. Hoffman et P. Courtier, 1993 : Interactions of dynamics and observations in a four-dimensional variational assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, 121, 3393-3414.
- Thépaut J.-N., P. Courtier, G. Belaud et G. Lemaître, 1996 : Dynamical structure functions in a four-dimensional variational assimilation: a case study. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 122, 535-561.
- Thépaut J.-N., P. Alary, P. Caille, V. Cassé, J.-F. Geleyn, P. Moll, J. Pailleux, J.-M. Piriou, D. Puech et F. Taillefer, 1998 : The operational global data assimilation system at Météo-France. Proceedings of Hirlam 4 Workshop on variational analysis in limited area models, février 1998.
- Zou X., Y. H. Kuo et Y. R. Guo, 1995 : Assimilation of atmospheric radio refractivity using a nonhydrostatic adjoint model. *Mon. Wea. Rev.*, 124, 2229-2249.
- Zupanski M., 1993 : Regional four-dimensional variational data assimilation in a quasi-operational forecasting environment. *Mon. Wea. Rev.*, 121, 2396-2408.

