

Histoire de l'articulation à cardan

Rudolf Franke



Cardan, De subtilitate, Libri XXI, Bâle 1554.

LE but de cet article est de donner les raisons pour lesquelles on appelle « le cadre suspendu », suspension de Cardan et « l'accouplement d'arbres articulés par anneaux croisés », articulation de Cardan.

La plus ancienne description du cadre suspendu date de Philon de Byzance aux environs de 230 avant J.-C. Une représentation de cette époque (figure 1) montre un réservoir d'encre enfermé dans un prisme à six faces. Chaque face du prisme est percée de telle sorte que l'on peut tremper une plume dans le réservoir, quelle que soit la position du prisme. Philon écrivait que le réservoir était suspendu dans le prisme à la manière « des vases d'encens juifs », de telle sorte qu'il reste constamment dans une position horizontale lorsque l'on tourne le prisme. D'après cette source, on peut supposer que le cadre suspendu était déjà connu depuis longtemps, ainsi que le souligne Kyaser.

Aux environs de 235 après J.-C. est apparue en Chine une petite voiture à deux roues, qui fut utilisée par les Chinois pour pouvoir pénétrer dans les steppes lointaines. Sur cette voiture était posée une petite figure masculine, mobile autour d'un pivot vertical, « l'indicateur du sud ». A l'intérieur de la figure se trouvait un aimant qui permettait au petit homme d'indiquer la direction du sud à l'aide de son bras droit tendu. Au IV^e siècle après J.-C., l'aiguille magnétique fut utilisée par les Chinois comme un compas avec lequel ils naviguaient vers l'Inde et l'Afrique de l'Est. En 1075, l'aiguille aimantée fut accrochée à un mince filament.

L'album de croquis d'un célèbre architecte et constructeur d'églises français, Villard de Honnecourt, contient une esquisse datant de 1245 d'un petit fourneau de cuivre en forme de sphère dans le milieu duquel est accroché un cadre suspendu formé de six anneaux circulaires de cuivre. Ce petit fourneau était utilisé par l'évêque pour se réchauffer les mains pendant l'office religieux. Il était rempli de braises. On pouvait l'agiter comme on

voulait, le petit fourneau restait toujours droit si bien que le feu ne pouvait pas s'étendre. Le commentateur ajoutait à cette description : « C'est le même principe que nous appliquons aujourd'hui aux compas et aux baromètres marins pour les tenir horizontaux ou verticaux. Mais deux anneaux circulaires suffisent, les autres, ajoutés par Villard, ne sont que du luxe. »

Konrad Kyeser a écrit en 1405 un ouvrage avec de nombreux croquis sur l'art de la guerre. Sur l'un d'eux (figure 2), un cavalier portait devant lui, à la façon d'une lance, pour éclairer le chemin, un feu dans un cadre suspendu au bout d'une perche.

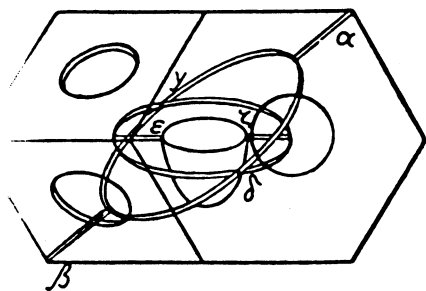


Fig. 1.



Fig. 2.

Figure 1. Encrier, formé d'un prisme à six faces.

Figure 2. Cavalier qui porte un feu dans un cadre suspendu au bout d'une perche pour éclairer le chemin.

Kyeser qui étudiait la technique de la guerre, et en particulier celle d'Alexandre le Grand, avait baptisé sa figure « Alexandre le cavalier ». De là on peut supposer que le cadre suspendu était déjà connu aux environs de 330 avant J.-C., c'est-à-dire 100 années avant que Philon ne le rapporte. Kyeser écrit : « Tu la verras ouverte, cette boule qui éclairait Alexandre, construite et fixée de la même façon, sa lumière claire pourra servir à beaucoup. »

En 1500 Léonard de Vinci esquissait un compas monté sur un cadre suspendu (figure 3) et aussi un anneau suspendu pour accrocher un godet (figure 4).

Le cadre suspendu était aussi connu avant la naissance de Cardan, comme suspension pour le compas marin.

La poursuite de cet article nécessite que nous détaillions la vie et les activités de Gerolamo Cardano (en français Jérôme Cardan), dont les travaux importants touchèrent à de nombreux domaines scientifiques. Il nous a laissé pour cela sa propre biographie, *De vita propria*, écrite peu avant sa mort, en 1576.

Cardan est né à Pavie en 1501 et fut donc un contemporain de Léonard de Vinci; il passa sa jeunesse à Milan, entra à l'université de Pavie à 19 ans, y devint docteur en médecine en 1526 et exerça avec succès comme médecin. Il reçut en 1534 une chaire de mathématiques à Milan qu'il occupa tout en donnant des cours de médecine et en exerçant. Après avoir acquis la célébrité grâce à ses succès en médecine et à ses écrits en mathématiques, mais aussi après s'être fait des adversaires, il obtint une chaire de médecine à Pavie qu'il garda de longues années, interrompues seulement par des troubles de guerre. Du haut de sa gloire après la publication de son ouvrage, *De subtilitate*, il effectua un voyage en Ecosse en exerçant sa profession de médecin et d'écrivain puis revint à Milan. Ensuite, médecin et écrivain, il conserva la chaire de médecine de Bologne de 1563 à 1570. Il y resta peu de temps à cause de son incroyance et de son hérésie.

En 1571 il s'installa à Rome où il vécut jusqu'à sa mort à l'aide d'une rente du pape Pie V.

Cardan, aux talents multiples mais d'esprit agité, a laissé des écrits difficiles à comprendre. On ne peut pas facilement saisir la frontière qu'il met entre astronomie et astrologie. Cela vaut pour d'autres branches de la science sur lesquelles il a écrit de volumineux ouvrages. Il a incontestablement légué à la postérité quelques connaissances fondamentales dans les domaines des mathématiques, de l'algèbre et de la géométrie. Heffele écrivait dans son épilogue de la biographie de Cardan: « Il a... fait progresser l'algèbre dans des domaines essentiels et a étendu, fondé et expliqué la résolution des équations du troisième degré trouvée par Tartaglia et connue aujourd'hui sous le nom de formule de Cardan. Il a découvert les différentes fonctions des racines positives et négatives dans les équations de degré plus élevé et la relation du signe d'une équation cubique avec le nombre des racines positives et négatives. Il a amélioré de façon significative le problème des calculs de probabilité. Il s'occupait sans cesse de différents domaines techniques et on lui doit de nombreuses découvertes. Il a amélioré la mécanique des lampes à huile et a découvert l'articulation soi-disant universelle (le cardan), le couplage en croix pour suspendre en équilibre le compas marin. »

Le mathématicien français Chasles mentionne Cardan dans son livre *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie* écrit en 1837, traduit en allemand par Sohneke et édité en 1839 sous le titre *Histoire de la géométrie*. On y lit que Cardan a décrit et justifié la formule autrefois connue pour l'aire d'un triangle dans *De mensuris superficierum*, chap. LXIII. On y trouve littéralement : « La première épicycloïde dont la nature fut connue, d'après le travail de Cardan, est la trajectoire parcourue par un point situé sur la péri-

phérie d'un cercle roulant sur le bord concave d'un deuxième cercle de rayon deux fois supérieur à celui du premier. Cette trajectoire est, comme chacun le sait, une droite. Cardan a démontré cette propriété dans son livre *Opus novum de proportioni numerorum, motuum, etc.* ». Revenons ici encore de façon détaillée aux textes de Reuleaux.

Comme nous l'avons déjà écrit, le cadre suspendu était connu longtemps avant Cardan. Mais celui-ci mentionne dans son livre *De subtilitate* (p. 319) la chaise à porteurs de l'empereur Charles V, montée dans un cadre suspendu par ce mécanisme. Comme il signale, dans sa biographie, qu'il portait en tant que recteur de collège de médecine le baldaquin de l'empereur Charles V lors de son entrée à Milan en 1541, cette suspension le frappa probablement. D'après Feldhaus, cette chaise à porteurs doit encore être dans le Musée archéologique de Madrid. Dans son ouvrage *De rerum varietate*, Cardan écrit dans le onzième livre « A propos des découvertes et des objets artistiques » : « Parmi toutes les découvertes, il faut s'étonner du compas marin. » Mais à cet endroit, il n'entre pas dans les détails du compas et de sa suspension par un cadre suspendu.

Comme nous avons cité l'épilogue de Hefele ou encore l'ouvrage de Duditzka *L'Articulation à cardan et ses applications*, nous aurions pu citer des passages de l'œuvre de Cardan où il a dû traiter la question de la suspension du compas mais il nous a manqué du temps pour le faire. Il n'en est cependant pas l'inventeur ainsi que le prouve l'esquisse de Léonard de Vinci (figure 3). Ce dernier, non plus, n'en fut pas l'auteur comme on peut le supposer d'après les résultats des recherches entreprises jusqu'à aujourd'hui.

Dans le même ouvrage au neuvième livre, « Calcul général des mouvements », chapitre XLVII, Cardan décrit le mouvement du ciel et des planètes. Beck rapporte cela de façon très détaillée et en l'accompagnant de citations dans son ouvrage sur l'histoire de la construction des machines.

Après avoir décrit un engrenage avec ses applications pour une horloge astronomique, Beck cite la description du mouvement d'une étoile par Cardan (figure 5) : « Après avoir constaté cela, supposons que nous voulions engendrer le mouvement de n'importe quelle étoile: il peut s'obtenir en composant trois mouvements simultanés : celui du cercle A, à l'intérieur de celui-ci, celui du disque B et encore à l'intérieur de ce dernier celui du disque C. » Si le cercle de référence est le cercle E, alors on obtient le mouvement de l'étoile D et sa position relative pour tous les mouvements.

Cardan s'est occupé de géométrie des mouvements mais aussi de transmissions de mouvements pour ne pas dire de transmissions de forces. Pompes, moulins à vent et à eau, tamis à farine, soufflets, et particulièrement horloges et mouvements l'ont inspiré dans ses écrits à côté des observations théoriques des problèmes mathématiques et l'ont incité à passer sous silence ses études dans les domaines de la médecine, des sciences naturelles et physiques, de la religion et de la philosophie.

On ne peut pas prouver qu'il fut le premier à proposer une articulation à cardan pour l'entraînement des aiguilles des horloges de tours comme autre application du cadre suspendu, qu'il connaissait bien. Un passage de ses écrits qui s'y rapporterait a peut-être échappé aux auteurs qui se sont penchés sur son oeuvre. Peut-être n'a-t-il pas accordé à cette suggestion une importance suffisante pour la mentionner expressément ? Comme il n'y avait pas encore à l'époque de machines d'énergie au sens général du terme, le besoin d'articulation à arbres n'existait pas encore. On peut supposer que Cardan a proposé d'employer l'articulation à cardan à cause de ses expériences pratiques

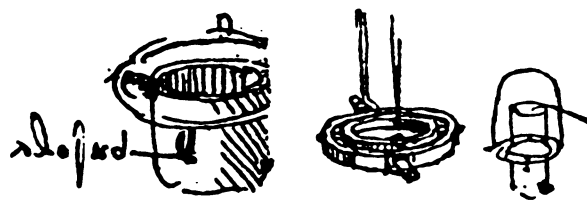


Fig. 3.

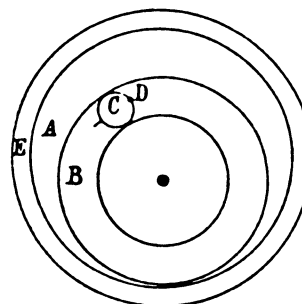


Fig. 5.

et de ses connaissances théoriques sur l'entraînement des aiguilles des horloges de tours.

Nulle part dans Beckmann, qui a écrit quelques chapitres sur l'histoire de la technique des horloges, ou dans Speckhardt, Saunier n'a trouvé d'indication confirmant si l'articulation à cardan fut ou est employée pour l'entraînement des aiguilles des horloges de tours.

Un compas de Hans Gröben de 1571 est posé dans une suspension de quatre anneaux (figure 6). Il fut conservé dans le salon Mathématiques-Physique de Dresden.

Un volumineux ouvrage, *Théâtre des instruments mathématiques et mécaniques*, écrit par Jacques Besson et paru à Lyon en 1578, renferme 60 gravures sur cuivre, chacune disposée sur une page entière ; parmi ces gravures on trouve celle qui est reproduite sur la figure 7 (feuille 57 de l'original). Beck a décrit cette figure qui représente un loch, instrument de mesure de la vitesse des bateaux : « Ce loch doit être disposé dans l'eau de telle sorte que seule la partie inférieure de la roue à ailettes soit immergée. Pour cela elle doit être attachée à deux flotteurs par l'intermédiaire d'une suspension à deux cadres ce qui lui permet de tourner autour d'un axe constamment horizontal alors que les flotteurs sont libres de bouger. Le mouvement de la roue à ailettes est transmis vers le haut par un rouage à une aiguille (non représentée) qui tourne sur un cadran. La vitesse du bateau est déduite du nombre de tours accomplis par l'aiguille pendant une période donnée.

« Le mouvement tournant de l'instrument autour de deux axes perpendiculaires dans un même plan est intéressant parce que c'est la plus vieille application que nous connaissons du principe sur lequel repose la conception de l'accouplement universel ou de la soi-disant clé de Hooke. »

Il résulte du dernier paragraphe de la citation de Beck que les applications du cadre suspendu, que nous avons connues entre-temps, lui étaient encore inconnues avant Besson.

Figure 3. Compas dans un cadre suspendu d'après Léonard de Vinci aux environs de 1500.

Figure 5. Mouvement d'une étoile représenté par Cardan.



Fig. 6.

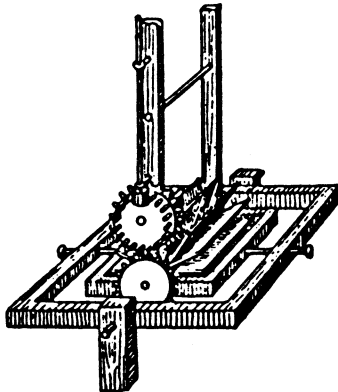


Fig. 7.

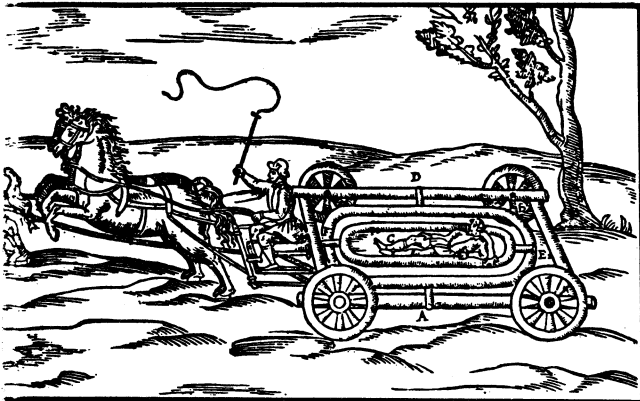


Fig. 8.

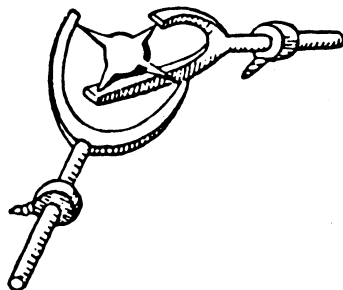


Fig. 9.

Figure 6. Compas d'Hans Gröben.

Figure 7. Un loch pour mesurer la vitesse des bateaux, Besson.

Figure 8. Voiture de voyage avec un lit de repos monté sur deux cadres suspendus, Branca.

Figure 9. Articulation à cardan pour l'entraînement des aiguilles d'une horloge de tour, Schott.

Contrairement à la deuxième phrase de la citation de Beck, Pascal écrivait dans sa traduction que le loch était placé dans un tuyau sous le bateau.

L'Italien Branca a dessiné dans son livre, *Le Machine*, paru à Rome en 1629, une voiture de voyage (figure 8) dont on peut rappeler la description citée dans la traduction allemande : « Le lit est placé dans la voiture, de telle sorte qu'il reste toujours dans une position horizontale, quelle que soit la façon dont la voiture est tirée par les chevaux. »

Dans son livre volumineux *Technica Curiosa*, Kaspar Schott décrit en 1664 le cardan né du cadre suspendu par l'arbre de commande des aiguilles des horloges de tours (figure 9). On peut résumer l'essentiel de la traduction, comme suit : « Commande de la petite aiguille tournant sur le cadran sans roue d'engrenage.

« Dans une horloge, la petite aiguille se trouve sur le cadran ; elle n'est pas à la même hauteur que l'engrenage des roues de l'horloge mais elle est située plus haut et plus en profondeur. Son mouvement doit donc lui être communiqué par un dispositif en biais occupant un petit espace. Comme le montre la figure, on peut réaliser cela de façon très simple à l'aide d'un nouveau mécanisme constitué de deux cercles concentriques dont les axes sont croisés et solidaires.

« Ce dispositif est connu comme suspension des lampes pour éviter de renverser de l'huile. Les axes sont attachés solidement en croix et ont la forme de demi-cercles. »

L'auteur ne fut pas nommé par Schott, il se peut qu'il s'agisse de Cardan.

On peut lire à cet effet dans le dictionnaire de Feldhaus *La Technique* :

« L'engrenage, le plus souvent désigné sans aucune raison, Cardan. En 1664 Schott décrivait l'engrenage né de l'anneau circulaire pour transmettre le mouvement aux aiguilles des horloges de tours. Schott ne dit pas qui est l'inventeur du cardan. On le nomme également "clé de Hooke" (*Hooke's universal hinge*), désignation que je trouve en 1833 dans Dingler, *Pol. Journal*. Il apparaît alors que la découverte remonte à l'Anglais Robert Hooke (1635-1703). Si cela est vrai je devrais remettre sérieusement en cause la date de Schott... »

La même année 1664 le physicien anglais Robert Hooke, inventeur de la loi de l'élasticité qui porte son nom, obtint un brevet anglais sur l'articulation à cardan pour la liaison de deux arbres de commande croisés.

La désignation utilisée dans la littérature « clé universelle de Hooke » repose sur une erreur de traduction du mot anglais hinge qui aurait dû, dans ce sens, être traduit par articulation. Feldhaus a sûrement raison quand il affirme que Hooke ne peut avoir été l'inventeur originel de l'articulation à cardan, après que Schott l'eut publié en 1664 avec des études détaillées sur l'état de la technique.

Le métallurgiste et ingénieur des travaux publics Balthasar Rössler a introduit le cadre suspendu dans les compas des mines en 1673.

En 1675, le grand physicien anglais Newton accrocha son télescope à un cadre suspendu. On peut le voir à Londres dans le musée des Sciences.

Dès le début de la construction d'automobiles, l'articulation à cardan servit à de nombreuses applications. Mais à cette époque, les articulations à cardan n'étaient pas réalisées de façon suffisamment sûre pour l'exploitation et la durée de vie exigée par les techniques dont on disposait alors, ceci d'autant plus qu'il fallut attendre Reuleaux pour que leurs propriétés géométriques soient connues et étudiées (figures 10 à 13).

Franz Reuleaux, le fondateur de la cinématique technique, s'est occupé de façon détaillée des propriétés de l'articulation à cardan et par là s'est heurté à Cardan. Dans le premier volume de sa *Cinématique théorique*, il examinait dans le paragraphe « l'arc a deux angles en triangle » les trajectoires polaires :

« Les trajectoires polaires de notre couple de figures "triangles et angles" sont obtenues lorsqu'un cercle de rayon r parcourt en roulant la circonférence d'un grand cercle de rayon $2r$. Les trajectoires relatives sont des cycloïdes, les hypocycloïdes se transforment pour le cas cité en ellipses, figure 96 [reproduite figure 14], dont le grand axe, parcouru par un point situé sur la circonférence du cercle de rayon r , qui croise le petit axe à l'origine, coïncide avec le diamètre du grand cercle ; pour la rotation du grand cercle sur le petit les péri-cycloïdes sont transformées en péri-cardioïdes....

« La connaissance du premier de ces deux problèmes de cycloïdes m'est due puisqu'il n'avait été traité que de façon incomplète au XVI^e siècle par le célèbre mathématicien Cardan. »

Dans une annotation il mentionne l'*Histoire de la Géométrie* de Chasles que nous avons déjà reprise de façon détaillée. Reuleaux poursuit : « Comme je vais souvent revenir à ce couple de cercles incroyables, je les nommerai à l'avenir sous l'abréviation de cercles de Cardan. »

On peut déduire de ces démonstrations de Chasles et de Reuleaux que Cardan a en tout cas découvert que lors du déplacement d'un petit cercle à l'intérieur d'un grand cercle de rayon deux fois plus important, des points situés sur la circonférence du petit cercle et diamétralement opposés (figure 14) se déplacent sur des droites sécantes orthogonales. Ces droites sécantes sont le système d'axes de la suspension à cadres croisés et de l'articulation à cardan. Reuleaux rapporte dans le même ouvrage comme introduction des chaînes cinématiques qu'il inventa pour une systématique d'engrenage et pour son langage par signes, l'exemple du couplage par articulation à cardan, appelé « couplage de Cardan » ou « clé de Hooke » (figure 15). Il est remarquable qu'il commence par cette position, qui est exactement celle qui caractérisait le couplage de Cardan tel qu'on le connaissait alors. Il ne nous a pas été possible de trouver un auteur antérieur à Reuleaux qui ait utilisé cette description.

Plus tard Reuleaux traita du mécanisme de la chaîne de manivelle isocèle, figure 16, qu'il appela aussi manivelle de traction tournante et isocèle, plus loin, figure 17, le nœud de manivelle tournante isocèle ou le nœud de croix orthogonal, figure 18 ou le nœud de croix tournant, figure 19.

Dans toutes les figures 16 à 19, on reconnaît à nouveau les cercles de Cardan. D'après Franke, il s'agit du même engrenage, variant selon le changement de forme et de situation. Si on se représente maintenant les figures 18 et, en particulier, 19 dans l'espace et dans différents plans, on reconnaît exactement l'intersection des axes de rotation de l'engrenage de l'articulation à cardan dont les objets représentés sont issus.

Reuleaux écrivait dans son ouvrage *La Cinématique théorique* : « Un couplage articulé est l'articulation universelle ou de cardan, figure 309 » (figure 20).

Dans son ouvrage ultérieur *Le Constructeur*, il a examiné en détail les propriétés géométriques de l'engrenage de l'articulation à cardan, calculé une table donnant l'irrégularité en fonction de l'angle de l'articulation et a donné la comparaison de l'irrégularité à travers une disposition symétrique de deux articulations à cardan identiques aux figures correspondantes. Il commence ainsi le paragraphe 155, « couplages articulés » : « Le plus ample de tous les couplages mobiles est le couplage à articulation à car-

dan ou articulation universelle (aussi clé de Hooke), appelé de façon plus exacte articulation de Cardan. » Dans une annotation : « S'il n'est pas l'inventeur de l'articulation à cardan, l'Italien Cardan semble être un des premiers utilisateurs (1501-1576). L'Anglais Hooke (1635-1702) appliqua le mécanisme à la transmission de rotation. »

D'après les définitions de plusieurs auteurs, à commencer par celles de Reuleaux, Franke, Duditza l'articulation à cardan n'est pas seulement une articulation au sens propre du terme mais aussi un « engrenage », articulation croisée spatiale.

La « suspension de Cardan » par deux cadres avec deux axes croisés était déjà connue comme suspension du vase juif d'encens en 230 avant J.-C. Cardan a décrit le cadre suspendu environ en 1550 après J.-C. utilisé pour la chaise à porteurs de l'empereur Charles V, ce qui a sans doute fait que l'on appellera plus tard cette technique de suspension, suspension de Cardan. En raison des travaux de Cardan sur la géométrie des mouvements et sur les horloges, en particulier les horloges de tours, on peut supposer que Cardan a proposé pour la première fois la suspension par cadres croisés comme articulation à cardan pour la transmission de mouvements de rotation, en particulier pour l'entraînement des aiguilles d'horloges de tours. La désignation du « couplage de Cardan » pour le couplage d'anneaux croisés a été établie par Reuleaux en 1875. Ceux qui avaient utilisé cette désignation avant lui ne pouvaient pas l'expliquer. La propriété cinématique des cycloïdes, qui se transforment d'ellipses en droites lorsqu'un petit cercle roule dans un cercle de rayon deux fois plus grand, a été baptisée comme celle des « cercles de Cardan » par Reuleaux parce que Cardan a été le premier à avoir traité scientifiquement ce problème. En raison de la similitude entre la cinématique des « cercles de Cardan » et les axes croisés du « couplage de Cardan », il est naturel de donner à l'articulation par cercles concentriques croisés la désignation d'articulation de Cardan.

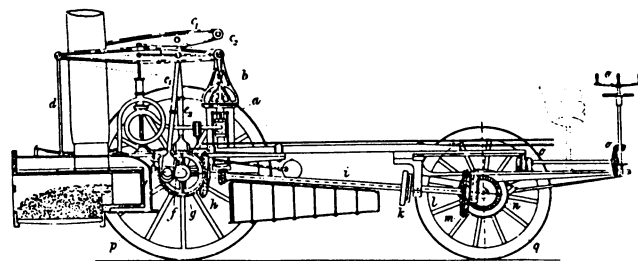


Fig. 10

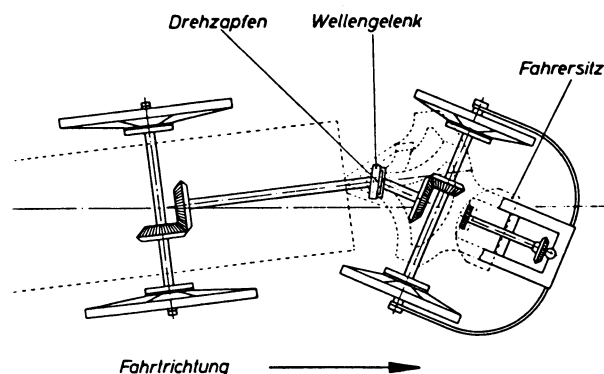


Fig. 11

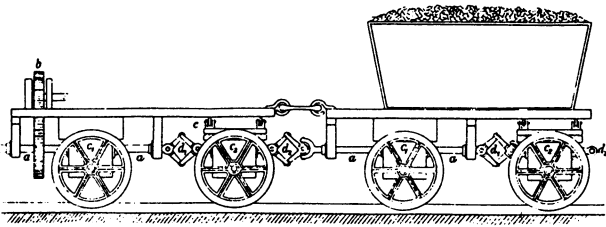


Fig. 12

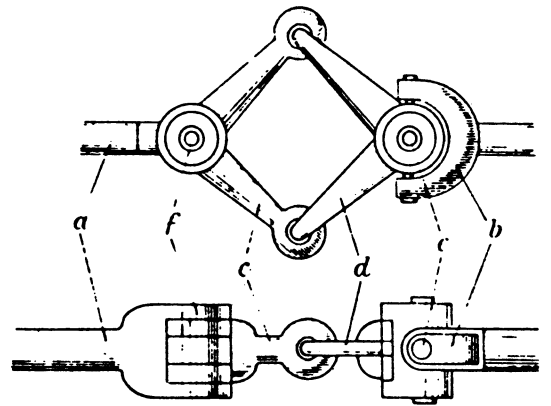


Fig. 13

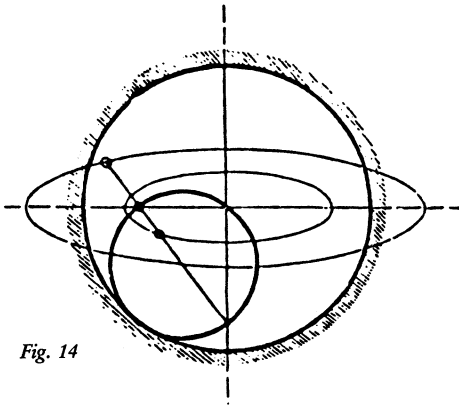


Fig. 14

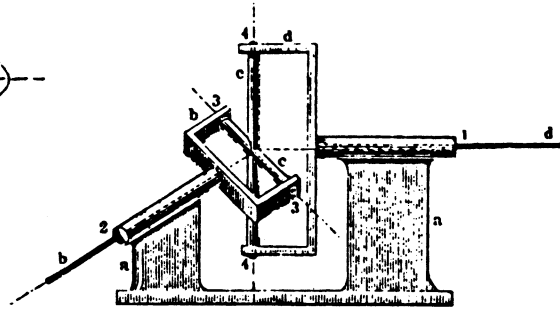


Fig. 15

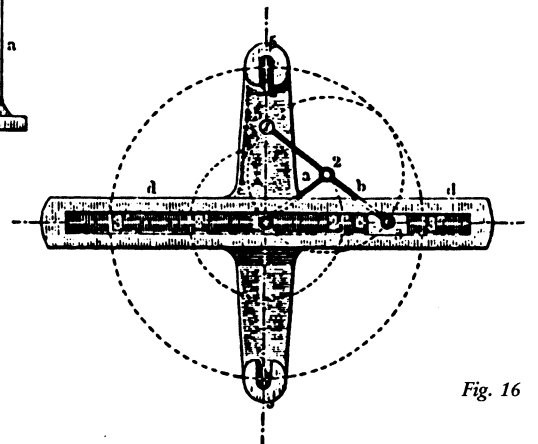


Fig. 16

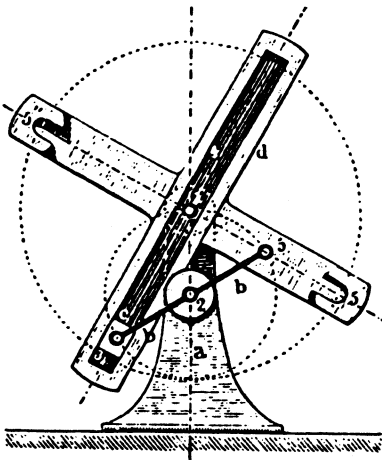


Fig. 17

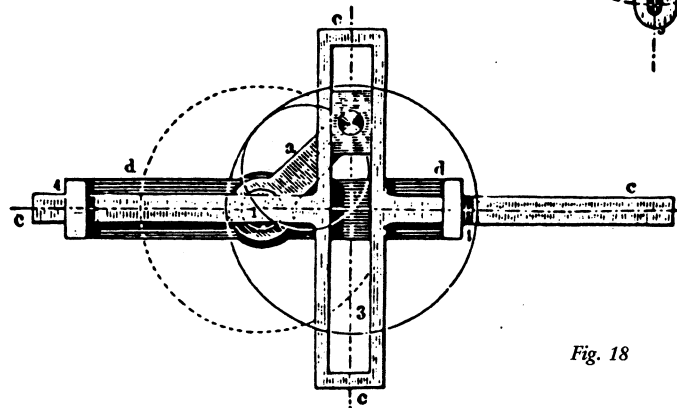


Fig. 18

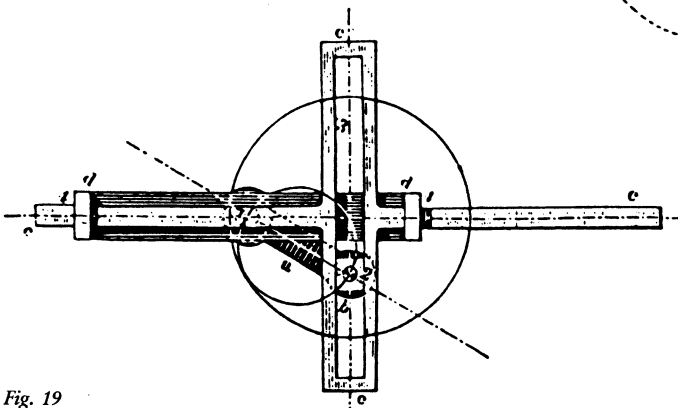


Fig. 19

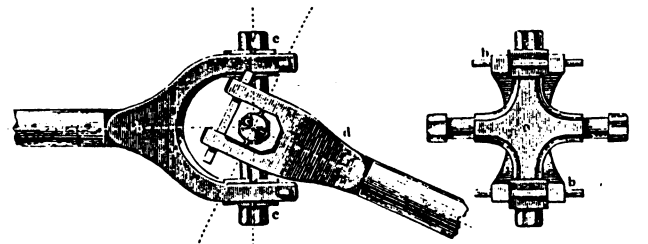


Fig. 20

Figure 10. Voiture à vapeur à quatre roues motrices.

Figure 11. Vue de dessus, articulation du cadre de la voiture lors du braquage.

Figure 12. Entraînement d'une rame de wagons.

Figure 13. Articulation d'entraînement réglable dans le sens de la longueur.

Figure 14. Les cercles de Cardan, Reuleaux.

Figure 15. Couplage par articulation à cardan, Reuleaux.

Figure 16. Manivelle isocèle tournante, Reuleaux.

Figure 17. Nœud de manivelle tournante et isocèle, Reuleaux.

Figure 18. Nœud en croix orthogonal, Reuleaux.

Figure 19. Nœud en croix tournant, Reuleaux.

Figure 20. Articulation universelle de Cardan.