

Analyse spectrale paramétrique de signaux lacunaires

Parametric Spectral Analysis of Signals with Missing Data



Abdeldjalil OUAHABI

Institut d'Electronique, USTHB
BP 32 Bab-Ezzouar
Alger, Algérie.
Tél. (213) 2 75 94 57

Abdeldjalil Ouhabi a soutenu une thèse de Docteur-Ingénieur en mars 1983, spécialité Automatique et Traitement du Signal, à l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Actuellement, il est Directeur de l'Institut d'Electronique de l'Université des Sciences et de la Technologie « HOUARI BOUMEDIENE » à Alger. Ses travaux de recherche portent essentiellement sur la modélisation paramétrique, l'analyse spectrale et le filtrage optimal. Dr. Ouhabi est membre du Comité d'Organisation de la Conférence Internationale sur l'Electronique et l'Automatique (ICEA'92. Tizi-Ouzou, Algérie, mai 1992).

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous déterminons la densité spectrale de signaux ayant périodiquement des données manquantes, et nous établissons leur modèle lorsqu'ils sont issus d'un processus ARMA.

MOTS CLÉS

Modélisation paramétrique, analyse spectrale, décimation, signaux lacunaires.

ABSTRACT

The aim of this paper is to derive the spectral density of signals with periodically missing data, and to establish their model when they are generated from ARMA processes.

KEY WORDS

Parametric modelling, spectral analysis, decimation, signals with missing data.

1. Introduction

Les récents développements des techniques de traitement des signaux sismiques et de parole ont permis l'émergence de méthodes paramétriques de modélisation du signal fondées sur des concepts d'identification de systèmes.

Sur le plan de l'analyse, des controverses opposent encore les tenants de ces approches paramétriques à ceux des méthodes non paramétriques plus classiques.

Cependant, quand l'objectif se situe au-delà de la simple extraction de paramètres, les méthodes de modélisation fournissent une vue cohérente d'attaque des problèmes d'analyse spectrale, de synthèse, de transmission, de reconnaissance, de filtrage adaptatif, de lissage, de prédic-

tion, de rejet de perturbation, d'égalisation adaptative, de suppression d'interférences, de codage différentiel...

De plus, l'interprétation du signal comme la sortie d'un système inconnu excité par une entrée tout aussi inconnue entraîne un regain d'intérêt pour l'important problème de déconvolution.

En effet, tout signal stationnaire à spectre rationnel peut être considéré comme la sortie d'un système générateur de fonction de transfert $H(z) = B(z)/A(z)$ dont l'entrée est un bruit blanc : une telle modélisation est appelée modélisation Auto-Régressive à Moyenne Ajustable (ARMA).

La recherche de la densité spectrale d'un processus aléatoire stationnaire est un problème qui peut être résolu par une modélisation paramétrique du type ARMA.

Les bonnes performances d'une telle modélisation (haute résolution fréquentielle et capacité d'adaptation) font qu'elle est de plus en plus utilisée en analyse spectrale de processus stationnaires ou faiblement stationnaires.

Néanmoins, ces méthodes de modélisation trouvent leur limite dans les problèmes de mise en œuvre. Dans la plupart des cas, le traitement n'a de sens que s'il est réalisé en temps réel et ce à des fréquences d'échantillonnage qui peuvent être considérables comme c'est le cas dans les problèmes de télécommunication et de radar.

Le traitement numérique en temps réel de ces signaux est d'autant plus complexe que leur cadence est rapide et que le nombre d'échantillons à traiter est important.

Cette limitation est particulièrement ressentie si des applications sont supportées par des micro-ordinateurs de capacité mémoire réduite, c'est-à-dire ne dépassant pas la dizaine de Méga-octets.

Une des solutions à ce problème consiste à ne retenir du signal de longue durée, qu'un seul échantillon dans chacune des séquences de M échantillons qui le composent. Cette opération de décimation produit des signaux lacunaires.

L'intérêt de l'étude des signaux lacunaires est motivé par le fait que l'expérimentateur est parfois confronté à des pertes ou des oublis involontaires d'information.

Une telle situation peut entraîner des traitements inadaptés, sinon erronés.

Certains auteurs [9] ont préconisé l'extrapolation de ces signaux lacunaires afin de reconstituer ou reconstruire, avec plus ou moins de succès, les signaux originaux en vue de leur traitement.

Notre démarche s'inscrit dans une logique opposée à celle-ci, puisqu'il s'agit de tirer le maximum d'information à partir de signaux lacunaires.

Bien plus, nous effectuons volontairement une décimation de signaux de longue durée en vue d'obtenir des signaux lacunaires pour pouvoir traiter en temps réel un nombre d'échantillons plus réduit.

L'opération de décimation requiert le développement de cartes d'acquisition et de traitement de signaux en temps réel, telle que la carte OROS AU21 ou AU22 [23], qui exploite la puissance de calcul et de traitement d'un micro-processeur spécialisé : le TMS 320 C 25. Les performances de cette carte sont améliorées par l'utilisation de ressources programmées de calculateurs personnels du type XT/AT et plus récemment PS2 et Macintosh (messages, programmes dits de service ou utilitaires, fonctions et procédures spécifiques, fichiers, traitement de texte, gestion de base de données...) qui implique celle de ressources physiques (unité centrale, diverses mémoires, canaux d'entrée-sortie, dispositifs périphériques, dispositifs de communication...).

Dès lors que la décimation se traduit par une réduction de la fréquence d'échantillonnage du signal original et opère dans cet environnement micro-programmé, il est naturel de se poser les questions suivantes :

— Que devient la densité spectrale du signal lacunaire ?

— En supposant que le signal original est un processus ARMA, quel sera le modèle du processus lacunaire ?

— Est-il possible de déterminer un lien entre les paramètres du signal original et ceux du signal lacunaire ?

La réponse à ces questions est cruciale dans la mesure où elle permettrait de déterminer les effets, tant sur le plan spectral que sur le plan paramétrique, d'une telle opération de décimation de signaux de longue durée.

2. Densité spectrale du signal lacunaire

Le théorème que nous proposons ci-après détermine la relation existant entre la densité spectrale du signal de longue durée, notée $S_y(z)$, et celle du signal décimé, notée $S_x(z)$.

2.1. HYPOTHÈSES

Soit

$$y(t) \Big|_{t = m \Delta t}$$

un signal réel échantillonné à la cadence Δt , aléatoire, centré et stationnaire d'ordre 2 (au moins par morceaux) où m est un entier naturel représentant la variable temporelle et variant de 0 à $N - 1$.

$$x(t) = \begin{cases} y(t) & \text{si } t = mM \Delta t \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

est le signal obtenu en ne prélevant de $y(t)$ qu'un échantillon de chaque séquence de M échantillons.

Le signal $x(t)$ aura donc pour cadence d'échantillonnage $M \Delta t$ où M est un entier naturel. Dans un souci de simplification, nous notons le signal original $y(m)$ et le signal lacunaire $x(m)$, tout en gardant à l'esprit que la fréquence d'échantillonnage de $x(m)$ est M fois inférieure à celle de $y(m)$.

2.2. THÉORÈME

Soit $x(m) = y(mM)$ un signal vérifiant les hypothèses 2.1. Si $S_y(z)$ est la densité spectrale de $y(m)$, alors nous pouvons exprimer la densité spectrale de $x(m)$ sous la forme :

$$S_x(z) = \frac{1}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} S_y(z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)).$$

2.3. DÉMONSTRATION

La fonction d'auto-corrélation du processus $x(m)$ est

$$C_x(\tau) = E \{x(m) x(m - \tau)\} = E \{y(mM) y((m - \tau)M)\} = C_y(\tau M) \quad (1)$$

où E est l'opérateur espérance mathématique et τ un nombre entier relatif.

La densité spectrale du processus lacunaire est donc :

$$S_x(z) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} C_x(\tau) z^{-\tau} = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} C_y(\tau M) z^{-\tau} \quad (2)$$

$$= \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} C_y(k) f(k) z^{-k/M} \quad (3)$$

où z est une variable complexe et $f(k)$ est définie par :

$$f(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k \text{ est multiple de } M \text{ (} k = \tau M, \text{ avec } \tau \in \mathbb{Z} \text{)} \\ 0 & \text{si } k \neq \tau M \end{cases} \quad (4)$$

La série géométrique

$$\frac{1}{M} [1 + \exp(2 \pi j k/M) + \exp(2 \pi j 2 k/M) + \dots + \exp(2 \pi j (M-1) k/M)] = \begin{cases} 1 & \text{si } k = \tau M \\ 0 & \text{si } k \neq \tau M \end{cases}$$

représente bien $f(k)$:

$$f(k) = \frac{1}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} \exp(2 \pi j k \tau/M) \quad (5)$$

Par conséquent de (3) et (5) il vient :

$$S_x(z) = \frac{1}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_y(k) [z^{1/M} \exp(-2 \pi j \tau/M)]^{-k} \quad (6)$$

et enfin

$$S_x(z) = \frac{1}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} S_y(z^{1/M} \exp(-2 \pi j \tau/M)) \quad (7)$$

2.4. INTERPRÉTATION ET ILLUSTRATION

En introduisant la fréquence réduite λ définie par $\lambda = f \Delta t$ ($-0,5 \leq \lambda \leq 0,5$), nous nous plaçons sur le cercle unité du plan complexe z . Avec $z = e^{+2 \pi j \lambda}$, la relation (7) s'écrit alors :

$$S_x(\lambda) = \frac{1}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} S_y\left(\frac{\lambda - \tau}{M}\right) \quad (8)$$

Cette relation montre que $S_x(z)$, densité spectrale du signal décimé, représente une version périodisée de $S_y(z)$, densité spectrale du signal original. La nouvelle période spectrale est $1/M \Delta t$ (ou $1/M$ dans le domaine des fréquences réduites). En d'autres termes, l'effet de la décimation sur la densité spectrale du signal original se traduit par un rapprochement d'un facteur $1/M$ des motifs spectraux de cette densité spectrale.

Ainsi, l'exemple suivant présente en figure 1 :

— Le signal original $y(m)$ représenté par un processus Auto-Régressif d'ordre quatre (AR(4)) ayant un pas d'échantillonnage $\Delta t = 1$ et un nombre d'échantillons $N = 512$ (fig. 1.1),

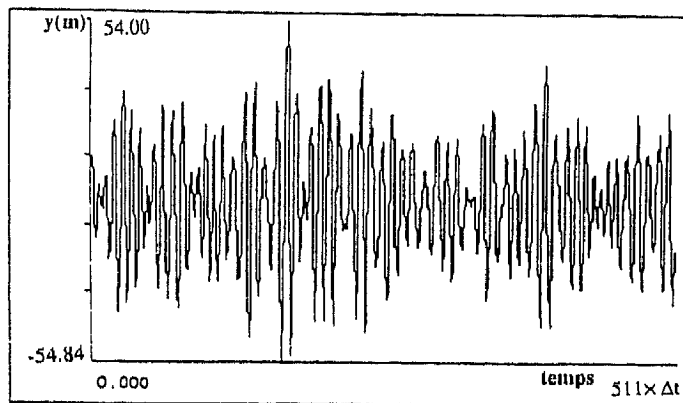


Figure 1.1 $y(m)$, signal original AR(4).

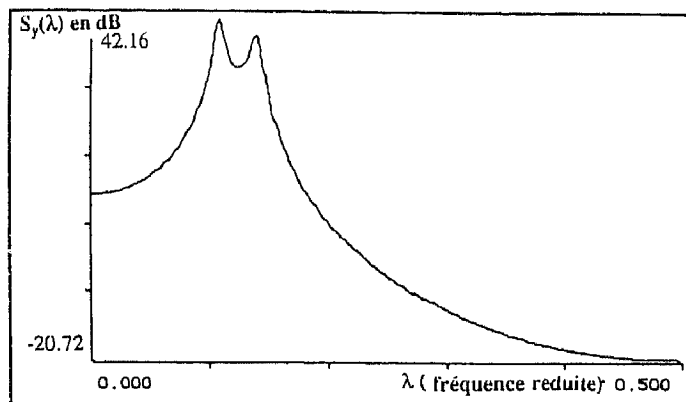


Figure 1.2 Densité Spectrale de $y(m)$.

Fig. 1. — Analyse spectrale paramétrique de $y(m)$.

— $S_y(\lambda)$ en dB, densité spectrale du processus $y(m)$, représentée sur l'intervalle fréquentiel $[0, 0.5]$ (fig. 1.2).

Et en figure 2 :

— Le signal $x(m)$ obtenu par filtrage FIR -2-Décimateur de $y(m)$, de pas d'échantillonnage $T = 2 \Delta t$ et ne comportant que $N/2 = 256$ échantillons (fig. 2.1),

— $S_x(\lambda)$ en dB, densité spectrale du processus décimé dans un rapport 2, représentée sur l'intervalle fréquentiel $[0, 0.25]$ (fig. 2.2).

Cet exemple illustre bien que la décimation produit un effet de zoom sur le spectre. Cette propriété de finesse d'analyse et de mise en évidence de certains détails parfois imperceptibles sans décimation du signal [21], sera justifiée dans le paragraphe consacré aux applications.

En outre, l'opération de décimation dans un rapport 2 doit conserver l'information utile (ici les deux résonances de la densité spectrale). Afin d'éviter un recouvrement de spectre, il est nécessaire, le processus considéré étant à bande limitée 2B, que la cadence d'échantillonnage du signal décimé dans un rapport M vérifie la (nouvelle) condition de Shannon :

$$\frac{1}{M \Delta t} \geq 2 B \quad (9)$$

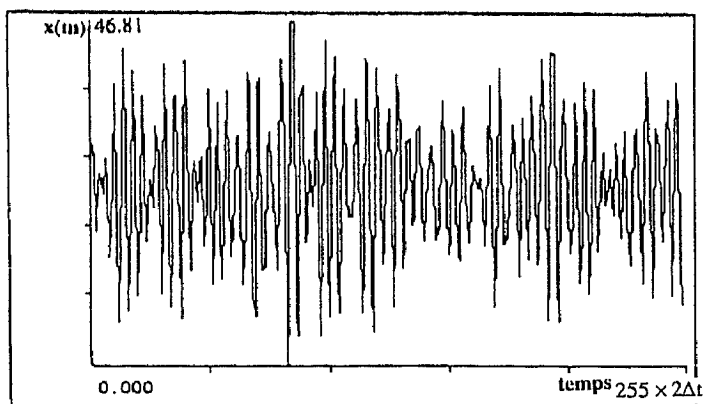


Figure 2.1 $x(m) = y(2m)$, signal décimé dans un rapport 2.

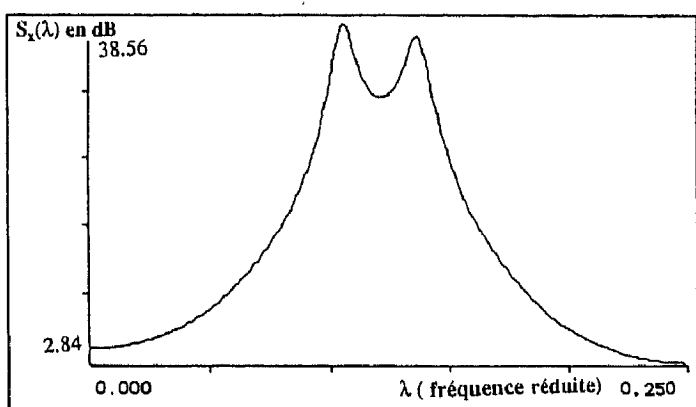


Figure 2.2 Densité Spectrale de $x(m)$

Fig. 2. — Analyse spectrale de $x(m) = y(2m)$.

Sur le plan pratique, lorsqu'une opération de décimation est envisagée, il est donc indispensable de filtrer passe-bas (filtre FIR anti-repliement [4, 6]) à une fréquence de coupure $f_c = 1/2 M \Delta t$ où Δt est la cadence d'échantillonnage du signal à décimer, avant de procéder à une réduction de fréquence d'échantillonnage dans un rapport M (voir fig. 3).

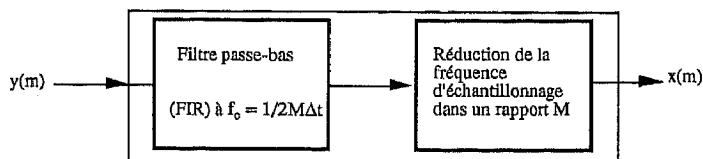


Fig. 3. — Opération de décimation.

$y(m)$ est le signal échantillonné à la cadence Δt et comportant N échantillons.

$x(m)$ est le signal lacunaire échantillonné à la cadence $M \Delta t$ et comportant N/M échantillons.

3. Modélisation paramétrique

Le signal de longue durée auquel nous nous sommes intéressés est celui de la parole. Sa modélisation par un processus Auto-Régressif (AR) a déjà prouvé son efficacité en analyse spectrale [1, 17, 18, 22].

Mais la production de la parole est en réalité bien plus complexe [8].

Afin d'améliorer la modélisation du spectre de parole, le modèle ARMA a été introduit.

De nombreux travaux [7, 20], ont montré que le signal de parole est bien modélisé par un ARMA (p, q) où p (ordre de la partie AR) est supérieur à q (ordre de la partie MA).

Pour toutes ces raisons, nous nous placerons dans ce contexte réaliste avec p supérieur à q , et nous allons montrer à travers le théorème suivant quel est le modèle du signal obtenu par une M-Décimation (c'est-à-dire dont le nombre d'échantillons est réduit dans un rapport M), lorsque le signal original est modélisé par un ARMA (p, q) .

3.1. THÉORÈME

Si le signal $y(m)$ est un processus ARMA (p, q) , alors le signal décimé $x(m) = y(mM)$ (m et M sont des entiers naturels) est un processus ARMA (P, Q) .

3.2. DÉMONSTRATION

Le signal $y(m)$ est un processus ARMA (p, q) défini par

$$\sum_{i=0}^p a_i y(m-i) = \sum_{i=0}^q b_i e(m-i) \quad (10)$$

où

a_i et b_i sont respectivement les coefficients AR et MA du modèle,

p et q sont respectivement les ordres des parties AR et MA du modèle,

$e(m)$ est l'innovation de variance σ^2 , et $a_0 = b_0 = 1$ puisque le gain du filtre est incorporé dans σ^2 .

La densité spectrale de $y(m)$, évaluée sur le cercle unité, $z = \exp(2\pi j\lambda)$ pour $-0,5 \leq \lambda \leq 0,5$, est donnée par [15]:

$$S_y(z) = \sigma^2 \frac{B(z) B(z^{-1})}{A(z) A(z^{-1})} \quad (11)$$

avec

$$A(z) = \sum_{i=0}^p a_i z^{-i} \quad \text{et} \quad B(z) = \sum_{i=0}^q b_i z^{-i}.$$

Sa fonction d'auto-corrélation, notée $C_y(\tau)$, est obtenue par transformation en Z inverse de l'expression rationnelle de $S_y(z)$ donnée par (11) (voir annexe):

$$C_y(\tau) = \sum_{i=1}^L \left[\sum_{k=1}^R C_{ik} \tau^{k-1} p_i^\tau \right] \quad (12)$$

où p_i , $1 \leq i \leq L$ représentent les racines distinctes du dénominateur de $S_y(z)$.
 L et R sont respectivement le nombre et l'ordre de multiplicité de ces racines distinctes.

Les coefficients C_{ik} sont obtenus par décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle définissant $S_y(z)$ [10].

En utilisant les expressions (1) et (12), la fonction d'auto-corrélation du processus lacunaire est donc

$$C(\tau) = C(\tau M) = \sum_{i=1}^L \left[\sum_{k=1}^R (C_{ik} M^{k-1}) \tau^{k-1} (p_i^M)^\tau \right] \quad (13)$$

$$= \sum_{i=1}^L \left[\sum_{k=1}^R C'_{ik} \tau^{k-1} p_i^\tau \right]$$

où

$$C'_{ik} = C_{ik} M^{k-1} \quad \text{et} \quad p'_i = p_i^M.$$

Nous remarquons que la fonction d'auto-corrélation donnée par (13) a la même forme que celle donnée en (12). C'est donc aussi la fonction d'auto-corrélation d'un processus ARMA de densité spectrale

$$S_x(z) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} C_x(\tau) z^{-\tau} = s^2 \frac{\beta(z) \beta(z^{-1})}{\alpha(z) \alpha(z^{-1})} \quad (14)$$

où

$$\alpha(z) = \sum_{i=0}^P \alpha_i z^{-i} \quad \text{et} \quad \beta(z) = \sum_{i=0}^Q \beta_i z^{-i}$$

$S_x(z) =$

$$= \frac{\sigma^2 \sum_{\tau=0}^{M-1} B[z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)] B[z^{-1/M} \exp(+2\pi j\tau/M)] \prod_{t=0, t \neq \tau}^{M-1} A[z^{1/M} \exp(-2\pi jt/M)] A[z^{1/M} \exp(+2\pi jt/M)]}{M \prod_{\tau=0}^{M-1} A[z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)] A[z^{-1/M} \exp(+2\pi j\tau/M)]} \quad (17)$$

Nous en déduisons immédiatement que les coefficients de la partie AR du processus ARMA (P, Q) s'expriment en fonction de ceux du processus original ARMA (p, q).

$$\alpha(z) = \prod_{\tau=0}^{M-1} A[z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)]. \quad (18)$$

En comparant le degré des polynômes en z des numérateurs des expressions (14) et (17), nous déduisons Q, l'ordre de la partie MA du processus décimé :

$$Q = \varepsilon \left[\frac{q + (M-1)p}{M} \right] \quad (19)$$

où ε désigne la partie entière.

En tenant compte de ce résultat, $\beta(z)$ ne peut être obtenu qu'après développement du numérateur de (17) sous la forme simple

$$s^2 \beta(z) \beta(z^{-1}) = \frac{\sigma^2}{M} \sum_{i=-Q}^{+Q} B_{|i|} z^{-i} \quad (20)$$

où α_i et β_i sont respectivement les coefficients AR et MA, P et Q respectivement les ordres des parties AR et MA du processus ARMA $x(m)$, et s^2 la variance de la « nouvelle » innovation.

4. Relations entre paramètres

D'après l'expression (13), les racines de $\alpha(z)$ sont les puissances M-ièmes des racines de $A(z)$ avec les mêmes ordres de multiplicité.

Ce qui entraîne

$$P = p. \quad (15)$$

Par conséquent, l'ordre de la partie AR du processus original demeure inchangé après décimation par M.

Les relations (7) et (11) nous permettent d'écrire la densité spectrale du processus ARMA (P, Q) $x(m)$ sous la forme :

$$S_x(z) = \frac{\sigma^2}{M} \sum_{\tau=0}^{M-1} \times \frac{B[z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)] B[z^{-1/M} \exp(+2\pi j\tau/M)]}{A[z^{1/M} \exp(-2\pi j\tau/M)] A[z^{-1/M} \exp(+2\pi j\tau/M)]} \quad (16)$$

En réduisant au même dénominateur cette somme de fractions rationnelles, l'expression (16) devient

où les B_i ($i = 0, \dots, +Q$) sont des coefficients résultant de ce développement.

La densité spectrale étant positive, le polynôme (20) est alors positif, symétrique et possède Q paires de racines

$$\left(z_i \quad \text{et} \quad \frac{1}{z_i} \quad i = 1, \dots, Q \right).$$

Par conséquent, en mettant en facteur B_Q , l'expression (20) peut s'écrire

$$s^2 \beta(z) \beta(z^{-1}) = \frac{\sigma^2}{M} B_Q z^{-Q} \sum_{i=1}^Q (z - z_i)(z - z_i^{-1})$$

$$= \frac{\sigma^2 B_Q (-1)^Q}{M \prod_{i=1}^Q z_i} \prod_{i=1}^Q (1 - z_i z^{-1})(1 - z_i z). \quad (21)$$

Par identification des deux membres de cette expression, nous obtenons la variance de la « nouvelle » innovation :

$$s^2 = \frac{\sigma^2 B_Q (-1)^Q}{M \prod_{i=1}^Q z_i} \quad (22)$$

et les coefficients de la partie MA du processus ARMA(P, Q)

$$B(z) = \prod_{i=1}^Q (1 - z_i z^{-1}). \quad (23)$$

Le tableau 1 résume les conditions d'augmentation de l'ordre du modèle initial après décimation. Ainsi, par exemple lorsqu'un processus AR d'ordre supérieur à un est décimé dans un rapport M, il se transforme en processus ARMA.

Les conséquences de ce résultat important ont déjà été constatées dans d'autres contextes [3, 21].

$y(m)$	$x(m)$	Conditions sur p et q	Condition sur M
AR(1)	AR(1)	$p = P = 1, q = Q = 0$	$\forall M > 0$
AR(p)	ARMA(P, Q)	$p = P > \frac{M}{M-1}, q = 0, Q \geq 1$	$\forall M > 1$
ARMA(p, q)	ARMA(P, Q)	$p = P \geq q, Q \geq q$	$\forall M \geq 1$

$y(m)$ représente le processus ARMA original d'ordre p et q .

$x(m)$ représente le processus décimé dans un rapport M (processus ARMA d'ordre P et Q).

Tableau 1. — Exemple de modèles paramétriques obtenus après décimation par M.

5. Domaines d'application

Les domaines d'application de la décimation se sont multipliés : télécommunications, parole, image, signaux audio, radar, ...

L'objectif d'une opération de décimation est :

— l'obtention d'une qualité satisfaisante sur le plan de la perception auditive ou visuelle, à un coût de traitement raisonnable tout en réduisant le débit de l'information transmise ou mémorisée ;

— la réduction de la complexité des calculs et l'amélioration de la résolution fréquentielle du spectre du signal modélisé.

A. TRANSMISSION DU SIGNAL DE PAROLE

La conception de codeurs, restituant une bonne qualité de la parole pour des débits inférieurs à 16 kbits/s, présente un intérêt grandissant avec le développement d'applications qui nécessitent l'utilisation de canaux de transmission à faible largeur de bande, telles que par exemple la messagerie vocale ou encore la radiotéléphonie mobile et la communication homme-machine.

En effet, un extrait de parole de quelques minutes représente quelques milliards d'échantillons à traiter. Un tel flot d'information suggère l'adoption de techniques de codage qui réduisent la dimension de la mémoire de stockage et le volume de calcul.

Ainsi, la Modulation Delta code le signal de parole de façon performante et simple, et nécessite une très haute fréquence d'échantillonnage, pouvant atteindre quelques dizaines de méga-hertz [22], suivie d'une quantification à un bit.

Le prix de cette bonne qualité de conversion analogique-numérique est l'important débit de données parfois inutile, notamment en transmission téléphonique.

Dans cette situation, une réduction de la fréquence d'échantillonnage dans un rapport M est requise pour transformer la Modulation Delta en Modulation par Impulsions et Codage (PCM) et se ramener à un débit plus raisonnable de l'ordre de 30 à 40 kbits/s.

Le codage PCM ou PCM différentiel répond partiellement à cette préoccupation. Celui-ci exploite judicieusement les propriétés de corrélation et de stationnarité à court terme du signal de parole, mais malheureusement les performances de ce codage par formes d'onde s'effondrent pour des débits inférieurs à 16 kbits/s.

Une autre technique de codage consiste à modéliser le signal de parole et à le représenter par un ensemble de paramètres. Ce type de codage s'appuyant sur la prédiction linéaire (LPC) permet d'effectuer une importante compression de données pouvant atteindre un facteur 30, et offre un grand intérêt en raison de sa facilité de mise en œuvre.

Cette méthode est fondée sur une modélisation très simplifiée du mécanisme de production de la parole qui consiste à appliquer des vibrations périodiques ou une source de bruit blanc en entrée d'un filtre AR suivant que les sons à produire sont voisés ou non voisés [17, 18].

L'extrême simplicité de cette modélisation de la source d'excitation produit, malheureusement, un signal de qualité « synthétique » peu confortable.

Cependant, grâce au report de l'effort de la modélisation du signal de parole sur l'entrée (méthode Multi-Impulsionnelle [2], méthode CELP [19]) et à l'utilisation de façon complémentaire des avantages du codage par formes d'onde (PCM) et ceux de la prédiction linéaire (LPC), la qualité du codage a atteint un haut degré de perfectionnement.

Actuellement, les codeurs-décimateurs les plus récents exploitent les performances d'un processeur de traitement numérique (DSP) du type TMS 320 C25 et atteignent un débit de 5 kbit/s avec une complexité de 5 ou 6 MIPS (Méga-Instructions Par Seconde) en assurant une intelligibilité et un naturel de la parole satisfaisants pour des communications sécurisées.

B. CODAGE EN SOUS-BANDES

Les méthodes de codage de la parole citées ci-dessus peuvent être réalisées de façon performante en découpant

le signal en sous-bandes adjacentes couvrant tout le domaine fréquentiel d'intérêt et en codant séparément chaque sous-bande [5].

La figure 4 présente le cas simple d'un codage en deux sous-bandes :

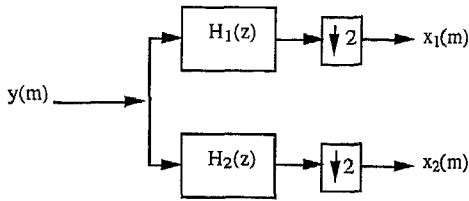


Fig. 4. — Principe d'un codeur à deux sous-bandes.

Dans cet exemple, le signal $y(m)$ est découpé en deux sous-bandes à l'aide des filtres $H_1(z)$ et $H_2(z)$ puis chaque sous-bande est décimée dans un rapport 2.

L'opération de décimation dans un rapport M est symbolisée par : $\downarrow M$.

Le codage en sous-bandes permet de diminuer de façon notable le débit d'information tout en conservant la même quantité d'information. Cette diminution de débit est liée à une allocation sélective de bits aux échantillons de chaque sous-bande. Ainsi, si le contenu spectral d'une sous-bande est peu important (sur le plan informatif ou énergétique) alors le nombre de bits alloués à chacun de ses échantillons est faible, et vice versa.

Exemple 1 :

— $y(m)$ est un signal échantillonné à une fréquence de 8 kHz. Chaque échantillon de ce signal nécessite normalement un codage sur 8 bits ; ce qui entraîne un débit d'information de 64 kbits/s,

— $H_1(z)$ est un filtre passe-bas, $H_2(z)$ est un filtre passe-haut.

Supposons que $y(m)$ peut être découpé en deux sous-bandes fréquentielles : une bande basse résultant du filtrage par $H_1(z)$ et une bande haute résultant du filtrage par $H_2(z)$.

Si la bande haute a plus d'énergie que la bande basse, nous pouvons représenter chacun de ses échantillons par 8 bits, alors que chaque échantillon de la bande basse ne sera codé que sur 4 bits. En tenant compte de la décimation des deux sous-bandes dans un rapport 2, le débit d'information final devient $8 \times 4 + 4 \times 4 = 48$ kbits/s.

Cette technique de codage permet donc de réaliser une compression de données dans un rapport de 4/3.

Exemple 2 :

— $y(m)$ est un signal de parole dans la bande fréquentielle [0, 3 400 Hz], échantillonné à une fréquence de 8 kHz.

Du filtrage de ce signal dans la bande basse [0 800 Hz], appelée bande de base, résulte une parole encore intelligible. Cependant, pour obtenir un signal de parole de bonne qualité, il suffit d'ajouter une partie de l'information relative à la bande haute [800, 3 400 Hz]. Cette dernière augmente l'intelligibilité des consonnes et améliore le

naturel grâce à la présence des deuxième et troisième formants [5, 22].

Il suffit donc de coder avec précision la bande de base par un procédé temporel (par exemple du type PCM) et de comprimer fortement l'information contenue dans la bande haute.

Ainsi, un codage PCM à 6 bits de la bande de base et une décimation d'ordre 4 permet d'obtenir un débit de 12 kbits/s.

Une analyse LPC de la bande haute à 8 coefficients de corrélation partielle codés sur 6 bits et transmis toutes les 16 ms permet d'obtenir un débit d'un peu plus de 3 kbits/s.

Le débit global de ce système utilisé dans les vocodeurs est donc voisin de 16 kbits/s au lieu de 64 kbits/s par codage PCM sans décimation.

Exemple 3 :

Une autre façon de réaliser le codage en deux sous-bandes, présenté par la figure 4, est le *codage en deux sous-bandes par une structure polyphasée à filtres miroirs en quadrature*.

En effet, il est possible de décomposer le filtre passe-bas $H_1(z)$ en deux filtres fonctionnant à une fréquence d'échantillonnage moitié pour aboutir à un *réseau polyphasé à deux branches* [24] :

$$H_1(z) = H_{1p}(z^2) + z^{-1} H_{1i}(z^2) \quad (24)$$

où $H_{1p}(z)$ et $H_{1i}(z)$ sont respectivement les transformées en z des échantillons pairs et impairs de la réponse impulsionnelle $h_1(m)$, transformée en z inverse de $H_1(z)$.

En remarquant que le filtre passe-haut $H_2(z) = H_1(-z)$ a pour expression :

$$H_2(z) = H_1(-z) = H_{1p}(z^2) - z^{-1} H_{1i}(z^2) \quad (25)$$

nous pouvons combiner les opérations de filtrage passe-bas par $H_1(z)$ et passe-haut par $H_1(-z)$ pour réduire la complexité des calculs.

En effet, si $H_1(z)$ est un filtre FIR de longueur N ayant une structure directe [6] suivie d'une décimation dans un rapport 2, alors cette configuration ne calcule que les échantillons pairs du signal d'entrée $y(m)$. Ce qui nécessite N multiplications et $N - 1$ additions pour calculer chaque échantillon.

Supposons que $y(m)$ arrive en temps réel à une cadence d'un échantillon par unité de temps. Ce système exige donc que les N multiplications et $N - 1$ additions s'effectuent en une unité de temps. Par conséquent, chaque fois que $x_1(2m)$ (échantillon en sortie du filtre FIR décimé dans un rapport 2) est calculé, le système travaille à la cadence de N Mpu (Multiplications par unité de temps) et $N - 1$ Apu (Additions par unité de temps). Et pendant les intervalles impairs, le système est au repos car nous n'avons pas besoin de calculer l'échantillon impair $x_1(2m + 1)$.

Il est clair que ce procédé n'est pas efficace puisque la rapidité de la cadence d'échantillonnage n'est pas exploitée

rationnellement. Un tel procédé s'avère même inutile dans la mesure où le système est désactivé pendant la moitié du temps.

L'optimisation de ce système peut être réalisée en adoptant la forme polyphasée de l'expression (24) où les filtres $H_{1p}(z)$ et $H_{1i}(z)$ fonctionnent à une cadence moitié de la fréquence d'échantillonnage initiale. Par conséquent, cette représentation polyphasée ne nécessite que $N/2$ Mpu et $(N - 1)/2$ Apu.

La structure polyphasée permet donc de diminuer le nombre d'opérations par unité de temps. Cette solution est utilisée pour optimiser le codage en deux sous-bandes en effectuant les calculs à la cadence $1/2 \Delta t$ par insertion du dispositif de décimation avant les filtrages passe-bas $H_1(z)$ et passe-haut $H_2(z)$.

Ces filtrages sont obtenus simplement en combinant la sortie des filtres en quadrature $H_{1p}(z)$ et $H_{1i}(z)$ fonctionnant à la cadence moitié de la fréquence d'échantillonnage $1/\Delta t$ (voir fig. 5). La réduction de la complexité des calculs est de l'ordre de N Mpu et $N - 1$ Apu.

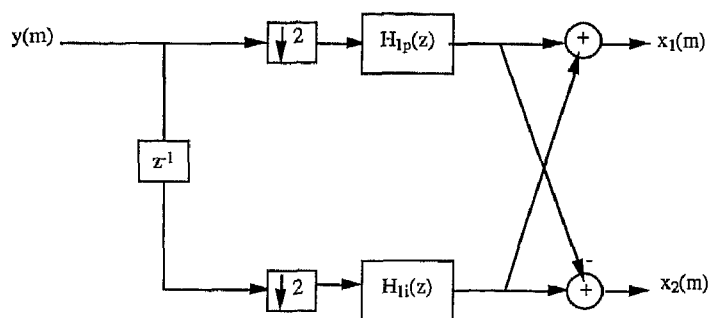


Fig. 5. — Codage en 2 sous-bandes par une structure polyphasée à filtres miroirs en quadrature.

Exemple 4 :

Il est possible de généraliser la technique de décomposition en deux sous-bandes à un nombre supérieur de sous-bandes.

Chaque sous-bande de la figure 4 peut-être alors décomposée en deux nouvelles sous-bandes. Nous obtenons ainsi une structure en arbre dont il est possible de donner une structure parallèle équivalente [5].

La plupart des réalisations de codeurs en sous-bandes de la parole est conçue à partir de la structure parallèle appelée codage par bancs de filtres. Cette façon d'opérer offre la possibilité d'attribuer un plus grand nombre d'éléments binaires aux sous-bandes dont l'énergie est prépondérante et vice-versa, ce qui réduit considérablement le débit d'information (voir exemple 1).

Naturellement, pour le codage de la parole et des signaux de télévision à haute définition [12, 13], la technique des filtres miroirs en quadrature est encore applicable, ce qui permet un gain important en temps de calcul et une réduction de la complexité matérielle de ces bancs de filtres (architectures VLSI).

C. INDUSTRIE AUDIO-NUMÉRIQUE

Pour enregistrer le plus fidèlement possible un concert musical ou un opéra, les supports numériques s'avèrent très performants. Ainsi, le disque audio-numérique ou disque compact se caractérise par une très haute qualité sonore due à :

- une bande passante exceptionnelle [0, 22 kHz],
- une dynamique (rapport entre le son le plus fort et le plus faible) très élevée (supérieur à 90 dB),
- un rapport signal-à-bruit supérieur à 100 dB,
- une absence de distorsion (inférieure à 0.005 à 0 dB).

Théoriquement, l'onde sonore doit être échantillonnée à une cadence minimale de 44 kHz et subir un codage du type PCM par exemple, avant d'être stockée sur disque audio-numérique.

Mais le souci de préserver la haute qualité musicale, nous impose d'appliquer avant échantillonnage, un filtre analogique anti-repliement idéal, c'est-à-dire un filtre de gain unité et de bande fréquentielle nulle au-delà de 22 kHz, ce qui est pratiquement irréalisable.

La solution (pratique) à ce problème est l'utilisation d'un filtre anti-repliement analogique (de Bessel par exemple) de fréquence de coupure voisine de 22 kHz, puis de sur-échantillonner d'un facteur 2 l'onde sonore ainsi filtrée et enfin appliquer une décimation dans un apport 2 (filtre passe-bas FIR + prise d'un échantillon sur deux) au signal échantillonné à 88 kHz.

Ce procédé permet donc d'enregistrer efficacement sur un disque audio-numérique toutes les informations numériques comprises dans l'intervalle [0, 22 kHz].

D. CODAGE ET TRANSMISSION DES IMAGES NUMÉRIQUES

Le traitement numérique des signaux bi-dimensionnels permet d'importantes améliorations de l'image :

- suppression du scintillement, des parasites et des interférences,
- possibilité d'appliquer de nouvelles fonctions telles que l'extraction de certains détails, arrêt sur image, défilement stroboscopique des images, image arrêtée dans l'image en mouvement, effet de zoom, incrustation d'images...

Néanmoins, la transmission sur un réseau numérique d'un signal vidéo plus son TVHD (TéléVision Haute Définition) atteint un débit astronomique de 1 gigabit/s. D'où la nécessité d'un codage adéquat qui permet de réduire jusqu'à un facteur de l'ordre de 100 la quantité d'information nécessaire pour représenter des images fixes ou des séquences d'images animées. La communication visuelle numérique devient ainsi compatible avec la capacité limitée des canaux de transmission ou des dispositifs d'enregistrement.

Les techniques de codage des signaux audio citées précédemment ont leur équivalent pour les signaux vidéo. Ainsi par exemple, le codage prédictif DPCM inter-images permet d'exploiter la redondance temporelle présente entre images successives d'une séquence, tandis que le

codage prédictif intra-images utilise la corrélation spatiale des amplitudes de luminance et chrominance au voisinage d'un pixel [12].

La mise en œuvre des systèmes de codage d'images fait rapidement apparaître l'importance critique de la mémoire d'image. Pour résoudre ce problème de capacité de stockage d'image, différentes phases de réduction de la fréquence d'échantillonnage sont envisagées et s'étendent de la prise de vue jusqu'à la visualisation de l'image en passant par tous les opérateurs de mémorisation de petite taille (parties d'images, résultats intermédiaires).

Ainsi, une caméra standard fournit des images numériques au rythme de 50 ou 60 images par seconde. Une décimation de ces images ramène leur rythme jusqu'à la fréquence de fonctionnement du codeur (30, 15, 10, 7.5 Hz suivant les cas).

Des algorithmes usuels de codage tel que le DPCM permettent une transmission à une cadence de 565 Mbits/s (décimation dans un rapport 2) sans réduction de la qualité de l'image. L'application du codage DPCM à la TVHD est malheureusement difficile à cause de cet important débit.

Pour une décimation dans un rapport 8 ou plus, les algorithmes de codage par transformation fournissent un meilleur compromis entre la qualité de l'image et le débit d'information. En effet, le codage en sous-bandes et la transformation en cosinus [11] permettent une transmission avec un débit de 140 Mbits/s.

E. AMÉLIORATION DE LA RÉOLUTION FRÉQUENTIELLE DE PROCESSUS ARMA

Nous avons montré, au paragraphe 4, qu'un processus ARMA (p, q) décimé dans un rapport M aboutit à un processus ARMA dont l'ordre de la partie MA a augmenté tandis que l'ordre de la partie AR est conservé.

A titre d'exemple, prenons un processus particulier ARMA(8, 0) c'est-à-dire un processus AR d'ordre 8, que nous décimons dans un rapport 4. Nous obtenons après décimation le processus ARMA suivant :

Ordre de la partie AR

$$P = p = 8$$

Ordre de la partie MA

$$Q = \frac{8 + (4 - 1) \times 0}{4} = 2 \quad (\text{d'après la relation (19)})$$

Il est bien connu que :

— d'une part, la résolution spectrale d'un processus AR croît avec l'ordre du modèle et naturellement avec le rapport signal-à-bruit [15, 16]. Toutefois, un ordre excessif peut entraîner des résultats erronés (dédoublément de raies...) [14] ;

— d'autre part, un processus ARMA peut être approximé par un processus AR long (c'est-à-dire d'ordre élevé) [14].

Or, cet exemple montre qu'un processus AR(8) décimé dans un rapport 4 devient un processus ARMA(8, 2). En tenant compte des remarques précédentes, ce processus

ARMA obtenu par décimation est alors équivalent à un processus AR dont l'ordre est largement supérieur à 8, ce qui implique une augmentation de la résolution fréquentielle de la densité spectrale de ce processus.

Cette propriété de la décimation a d'abord été constatée par Chouzenoux [3] sans justification de l'amélioration de la finesse d'analyse du spectre, puis par Quirk et Liu [21] qui ont montré à l'aide de plusieurs exemples (dont celui que nous avons présenté) que la résolution fréquentielle d'un processus AR (p) décimé dans un rapport M est identique à celle d'un processus AR (Mp).

Dans cet article nous montrons que la clé de cette amélioration de la résolution fréquentielle provient de l'augmentation de l'ordre du processus décimé.

6. Conclusion

Dans cet article, nous avons apporté une réponse au problème de la modélisation paramétrique des signaux ayant périodiquement des données manquantes, et précisé les conditions de mise en œuvre d'une opération de décimation.

Nous avons montré que lorsque le processus générateur est un processus ARMA (p, q), le signal lacunaire est également un processus ARMA dont les paramètres

$$P, Q, \alpha_i, \beta_j, s^2$$

respectivement ordres, coefficients des parties AR et MA et variance de l'innovation, sont fonctions des paramètres du processus original.

Ainsi, un processus AR d'ordre p décimé dans un rapport M conserve l'ordre de la partie AR mais génère une partie MA. De façon générale, après décimation d'un processus ARMA (p, q), nous obtenons un processus ARMA de même ordre pour la partie AR mais dont l'ordre de la partie MA augmente.

Cette croissance de l'ordre constitue une propriété importante de la décimation puisqu'en analyse spectrale paramétrique, elle améliore la résolution fréquentielle.

Par conséquent, ce résultat intéressant permet une analyse spectrale paramétrique hautement résolutive à faible coût de calcul.

Du fait de la réduction de la fréquence d'échantillonnage qui se traduit par une diminution du nombre d'échantillons à transmettre, à mémoriser et à traiter, la décimation permet des traitements en temps réel à des débits d'information réduits.

Cette technique de décimation est adaptée aux signaux de parole où elle a prouvé son efficacité et peut être étendue à des domaines nécessitant une réduction de débit d'information tel que le traitement numérique des images, et en particulier la transmission numérique des signaux de télévision où le débit atteint plusieurs centaines de Mégabits/s.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma gratitude à M. J. L. Lacoume, Professeur à l'INP Grenoble, pour ses conseils et encouragements et à remercier M. Adnet, chercheur au CEPHAG, INPG, pour son aimable collaboration lors des applications utilisant le logiciel MUSTIG, ainsi que les rapporteurs pour leurs suggestions et remarques constructives qui ont grandement amélioré la clarté de cet article.

Annexe

Détermination de la fonction d'auto-corrélation d'un processus ARMA (p, q)

Soit $S_y(z) = \sigma^2 H(z) H(z^{-1})$, avec $H(z) = \frac{A(z)}{B(z)}$, la densité spectrale d'un signal $y(m)$ modélisé par un processus ARMA (p, q). La fonction d'auto-corrélation de $y(m)$, notée $C_y(\tau)$, est obtenue par transformation en Z inverse de l'expression rationnelle de $S_y(z)$ en utilisant la procédure de décomposition en éléments simples. Celle-ci comprend les éléments suivants :

■ pour $H(z)$

$$\text{TZ}^{-1} \left[\frac{1}{(1 - p_i z^{-1})} \right] = (p_i)^{\tau'} \quad \tau' \geq 0 \text{ (cas d'un pôle simple)}$$

où TZ^{-1} est l'opérateur transformation en Z inverse

$$\text{TZ}^{-1} \left[\frac{1}{(1 - p_i z^{-1})^k} \right] = P_{k-1}(\tau')(p_i)^{\tau'} \quad \tau' \geq 0 \text{ (cas d'un pôle multiple)}$$

■ pour $H(z^{-1})$

$$\text{TZ}^{-1} \left[\frac{1}{(1 - p_i z)} \right] = (p_i)^{-\tau'} \quad \tau' \leq 0 \text{ (cas d'un pôle simple)}$$

$$\text{TZ}^{-1} \left[\frac{1}{(1 - p_i z)^k} \right] = P_{k-1}(-\tau')(p_i)^{\tau'} \quad \tau' \geq 0 \text{ (cas d'un pôle multiple)}$$

avec $P_{k-1}(\tau') = C_{\tau'+k-1}^{k-1} = \frac{(\tau' + k - 1)!}{(k - 1)! (\tau')!}$ un polynôme en τ' de degré $(k - 1)$, $k = 1, \dots, R$ où R représente l'ordre de multiplicité de p_i .

En posant $|\tau'| = \tau$ et L le nombre de racines distinctes, nous obtenons :

$$C_y(\tau) = \sigma^2 \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^R \lambda_{ik} P_{k-1}(\tau) p_i^{\tau}$$

où λ_{ik} représentent les constantes du développement en éléments simples de $S_y(z)$.

Il est à noter que cette expression conserve le caractère

pair de la fonction d'auto-corrélation, ce qui autorise à la noter $C_y(\tau)$.

Nous allons exprimer $C_y(\tau)$ sous une autre forme pour retrouver la formule (12) :

— cas de deux pôles simples ($L = 2, R = 1$) :

$$C_y(\tau) = \sigma^2 \sum_{i=1}^2 \lambda_{i1} p_i^{\tau} = \sigma^2 (\lambda_{11} p_1^{\tau} + \lambda_{21} p_2^{\tau}) = C_{11} p_1^{\tau} + C_{21} p_2^{\tau}$$

où $C_{11} = \sigma^2 \lambda_{11}$ et $C_{21} = \sigma^2 \lambda_{21}$

— cas d'un pôle double ($L = 1, R = 2$) :

$$C_y(\tau) = \sigma^2 \sum_{k=1}^2 \lambda_{1k} C_{\tau+k-1}^{k-1} p_1^{\tau} = \sigma^2 (\lambda_{11} p_1^{\tau} + \lambda_{12} (\tau + 1) p_1^{\tau}) = C_{11} p_1^{\tau} + C_{12} \tau p_1^{\tau}$$

où $C_{11} = \sigma^2 (\lambda_{11} + \lambda_{12})$ et $C_{12} = \sigma^2 \lambda_{12}$

D'où dans le cas général, la fonction d'auto-corrélation d'un processus ARMA peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$C_y(\tau) = \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^R C_{ik} \tau^{k-1} p_i^{\tau}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. S. ATAL, M. R. SCHROEDER, *Linear prediction analysis of speech based on a pole-zero representation*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 64, 1978, pp. 1310-1318.
- [2] B. S. ATAL, J. R. REMDE, *A new model of LPC excitation for producing natural-sounding speech at low bit rates*, Proc. ICASSP, Paris, 1982, pp. 614-617.
- [3] C. CHOUZENOUX, *Analyse spectrale à résolution variable. Application au signal de parole*, Thèse de Docteur Ingénieur, ENST Paris, 1982.
- [4] R. E. CROCHIERE, L. R. RABINER, *Further considerations in the design of decimators and interpolators*, IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-24, N° 4, 1976, pp. 269-311.
- [5] R. E. CROCHIERE, L. R. RABINER, *Multirate Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs, N. J., Prentice Hall, 1983.
- [6] D. J. DEFATTA, J. G. LUCAS, W. S. HODGKISS, *Digital signal processing. A system Design Approach.*, New York, John Wiley & sons, 1988.
- [7] G. FENG, J. L. LACOUME, *Amélioration de l'estimation du spectre de parole par suppression d'impulsions dans le résidu*, Traitement du Signal, Vol. 3, N° 6, 1986, pp. 291-301.
- [8] J. L. FLANAGAN, *Speech analysis synthesis and perception*, Berlin, Springer Verlag, 1972.
- [9] R. FORTET, *Sur une méthode de Papoulis pour l'extrapolation d'un signal*, Annales des Télécommunications, N° 36, 1981, pp. 1380-1419.
- [10] R. A. GABEL, R. A. ROBERTS, *Signals and linear systems*, New York, John Wiley, 1980.
- [11] D. LE GALL, H. GAGGIONI, C. T. CHEN, *Transmission of HDTV signals under 140 Mbits/s using a subband decomposition and discrete cosine transform coding*, 2. Int. workshop on signal processing of HDTV. L'Aquila, 1988.

- [12] B. GIROD, W. GEUN, *Vertical sampling rate decimation and line-offset decimation of colour difference signals*, Signal Processing, Vol. 16, N° 2, 1989, pp. 109-127.
- [13] K. GRÜGER, P. PIRSCHI, M. WINZKER, *VLSI architectures of filterbanks for subband coding of HDTV signals*, Annales des télécommunications, tome 46, N° 1-2, 1991, pp. 110-120.
- [14] S. M. KAY, S. L. MARPLE, *Spectrum analysis: A modern perspective*, Proc. IEEE ASSP, Vol. 69, N° 11, 1981, pp. 1380-1419.
- [15] S. M. KAY, *Modern spectral estimation. Theory & Application*, London, Prentice-Hall, 1988.
- [16] J. L. LACOUME, M. GHARBI, C. LATOMBE, J. L. NICOLAS, *Close frequency resolution by maximum entropy spectral estimators*, IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-32, N° 5, 1984, pp. 977-984.
- [17] J. MAKHOUL, *Linear prediction: A tutorial review*, Proc. IEEE, Vol. 63, 1975, pp. 561-580.
- [18] J. D. MARKEL, A. H. GRAY, *Linear prediction of speech*, New York, Springer Verlag, 1978.
- [19] N. MOREAU, *Codage prédictif du signal de parole à débit réduit: une présentation unifiée*, Annales des Télécommunications, Tome 46, N° 3-4, 1991, pp. 161-248.
- [20] H. MORIKAWA, H. FUJISAKI, *Adaptive analysis of speech based on pole-zero representation*, IEEE Trans. on ASSP, ASSP-30, N° 1, 1982, pp. 77-87.
- [21] M. P. QUIRK, B. LIU, *Improving Resolution for Autoregressive Spectral Estimation by Decimation*, IEEE Trans. ASSP, Vol. ASSP-31, N° 3, 1983, pp. 630-637.
- [22] L. R. RABINER, R. W. SCHAFER, *Digital processing of speech signals*, New York, Prentice-Hall, 1978.
- [23] J. P. SCHWARTZ, D. DEGRYSE, P. A. CONTE, D. VICARD, *Opal: A high level language and environnement for DSP boards on PC*, Proc. ICASSP, 1989, pp. 1123-1126.
- [24] P. P. VAIDYANATHAN, *Multirate Digital Filters, Filter Banks, Polyphase Networks, and applications: A Tutorial*, Proceeding of the IEEE, Vol. 78, N° 1, 1990, pp. 56-93.

Manuscrit reçu le 29 mai 1991.