

Analyse de stabilité globale d'une couche limite décollée.

Frédéric ALIZARD, Jean-Christophe ROBINET

Laboratoire SINUMEF
ENSAM Paris
151 boulevard de l'hôpital 75013 Paris
frederic.alizard@paris.ensam.fr

Résumé :

Une analyse de stabilité globale pour une perturbation tridimensionnelle d'un écoulement modèle basé sur les équations de Falkner-Skan a été menée. Plusieurs scénarii de déstabilisation d'un décollement non révélés par les approches locales classiques ont été mis en évidence. En particuliers, l'analyse des modes globaux fait apparaître deux modes stationnaires : un mode intrinsèque instable et un mode convectif similaire à une instabilité de type Görtler.

Abstract :

A three-dimensional global stability analysis based on Falkner-Skan profiles illuminates few instability processes associated with separated flow not revealed by classical local approaches. In particular the global modes analysis predicts two stationary modes: one intrinsic unstable and one convective mode similar to a Görtler instability.

Mots-clefs :

3 maximum : instabilité globale ; instabilité convective ; couche limité décollée

1 Introduction

Un scénario classique de la transition d'un écoulement décollé repose sur le développement d'instabilité convective dont la forte amplification et la saturation peut entraîner un recollement turbulent. L'amplification de ces perturbations a pu être éclairée par le changement de nature de l'instabilité celle-ci passant d'un mécanisme non visqueux à une instabilité de type Kelvin-Helmholtz (Rist et Maucher (2002)). Cependant certains auteurs ont proposé d'autres hypothèses relatives à la déstabilisation de la zone de recirculation. En particulier la présence d'une instabilité absolue au cœur du décollement fût considérée sur un écoulement modèle par Hammond et Redekopp (1998) et par la simulation numérique directe de Alam et Sandham (1998). L'intensité de l'écoulement de retour ainsi que la hauteur de la zone de recirculation jouent un rôle important dans l'existence de ce type d'instabilité. Enfin la présence de perturbations stationnaires convectives et globales tridimensionnelles furent observées dans la déstabilisation d'écoulements décollés de plaque plane (Wilson et Pauley (1998), Theofilis *et al.* (2000)). Ces différents scénarii peuvent coexister et entrer en compétition. Afin de ne considérer uniquement le cas de la prépondérance d'une perturbation tridimensionnelle globalement instable, une configuration à très bas nombre de Reynolds est étudiée au travers d'un écoulement modèle. Dans cette configuration l'écoulement est absolument stable et les instabilités convectives 2D n'entraînent pas la transition. L'article est organisé en trois parties. La première partie porte sur le calcul du champ de base et l'étude de la stabilité linéaire vis-à-vis d'une perturbation 2D par une méthode PSE et permet de justifier la pertinence d'une étude de stabilité globale 3D. La seconde partie porte sur l'analyse de stabilité globale à proprement parlée et permet de montrer

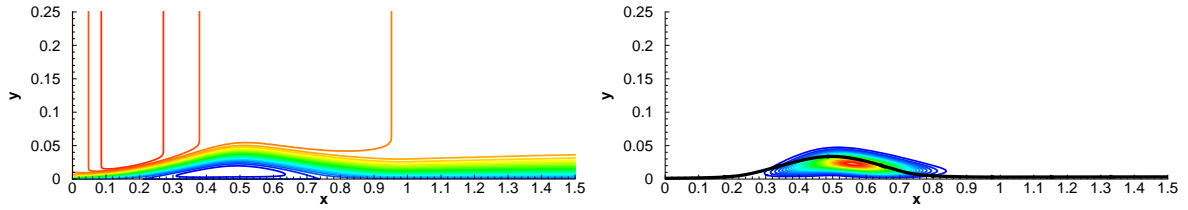


FIG. 1 – A gauche : le champ de base obtenu à partir des profils de Falkner-Skan au nombre de Reynolds égal à 18000. A droite : Énergie du mode 3D global stationnaire le plus instable correspondant à $\beta = 22$.

l'existence d'une instabilité globale stationnaire tridimensionnelle. Enfin, une étude plus détaillée du spectre des valeurs propres montre l'existence de deux familles de modes convectifs spatialement amplifiés de nature respectivement stationnaire et instationnaire mais temporellement atténués. En outre une analyse suivant la ligne de separation identifiera le premier mode convectif comme une instabilité de type Görtler.

2 Champ de base et analyse de stabilité PSE.

Une famille de profils de Falkner-Skan est utilisée pour l'élaboration d'un écoulement décollé de plaque plane. La variation du gradient de pression réduit suivant la direction de l'écoulement définit alors une zone de recirculation (fig. 1). Afin de s'assurer de la faible influence des perturbations 2D vis-à-vis de la transition d'un tel écoulement, le champ de base est calculé pour un nombre de Reynolds de 18000 et une longueur de domaine de 1.5 correspondant à un nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement égal à 280 en bout de plaque. Ainsi la configuration étudiée n'est pas soumise à la déstabilisation d'ondes de Tollmien Schlichting (notées TS). Une étude faiblement non parallèle PSE pour une perturbation 2D montre une zone où l'écoulement devient fortement instable. Cependant les perturbations en amont et aval de l'écoulement s'avèrent fortement atténuées (figure 2). En outre l'étude de la transition par la méthode du e^n , où

$$n = \max_{\Omega} (N(x, \Omega)), \quad N(x, \Omega) = \int_{x_0}^x \sigma(\xi) d\xi \quad (1)$$

avec x_0 l'abscisse où démarre l'instabilité et x la position sur la plaque, σ étant le taux d'amplification spatiale, ne prédit pas la transition d'un tel écoulement soumis à des perturbations bidimensionnelles. En effet la figure 2 prévoit un facteur n égal à 7 en deçà du paramètre critique évalué entre 8 et 13. Nous pouvons alors considérer l'influence des ondes de Kelvin-Helmholtz 2D (notées KH) comme un phénomène non dominant pouvant permettre à une perturbation globale 3D d'exister et de déstabiliser un tel décollement.

3 Etude de stabilité globale 3D

3.1 Méthode numérique.

Afin d'analyser l'existence d'une perturbation globale tridimensionnelle, une étude de stabilité BiGlobale est réalisée. Toutes les quantités physiques instantanées (vitesse, pression) est la superposition d'un champ de base et d'une petite perturbation : $\mathbf{Q}(x, y, z, t) = \bar{\mathbf{Q}}(x, y) + \varepsilon \mathbf{q}(x, y, z, t) + c.c.$, $\varepsilon \ll 1$ avec $\bar{\mathbf{Q}} = (U, V, P)^T$ le champ de base bidimensionnel et $\mathbf{q} = (u, v, p)^T$ la perturbation. Les équations de Navier-Stokes sont alors linéarisées autour de l'écou-

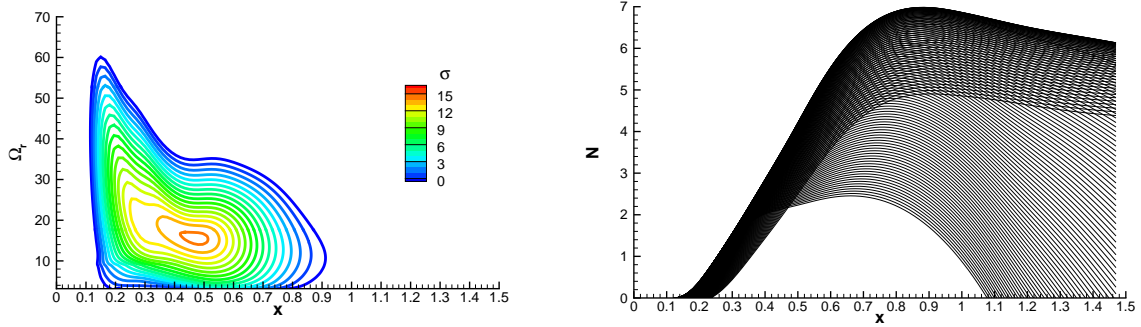


FIG. 2 – A gauche : la courbe neutre issue d’une analyse PSE, basée sur le critère de l’énergie. A droite : enveloppe des courbes d’amplitude relatives basée sur critère de transition e^n .

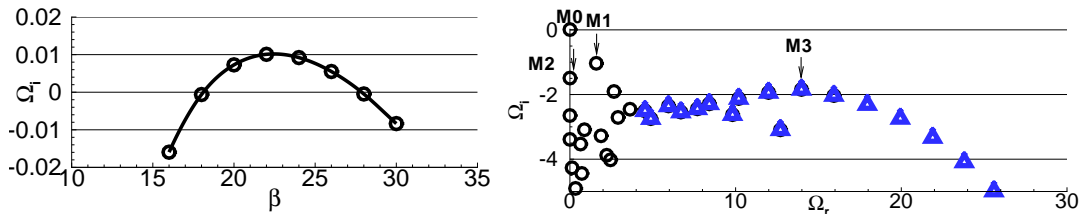


FIG. 3 – A gauche : Évolution du mode global le plus instable suivant le nombre d’onde transverse β . A droite : une partie du spectre à $\beta = 22$. Les triangles représentent les modes de type KH similaire à une analyse locale.

lement de base décrit précédemment :

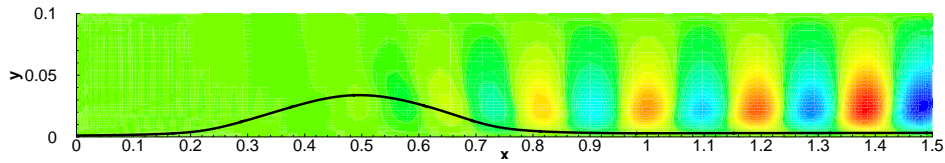
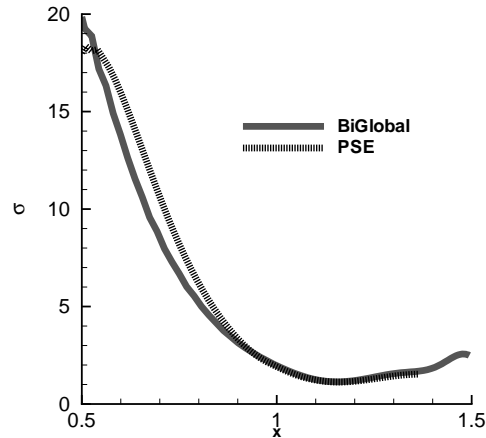
$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} = 0, \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

La direction transverse étant considérée comme homogène, la forme mathématique de la perturbation peut être recherchée sous la forme : $\mathbf{q}(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{q}}(x, y) e^{i(\beta z - \Omega t)}$ avec $\hat{\mathbf{q}} = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p})^T$ et β le nombre d’onde transverse. Les équations de stabilité ainsi obtenues sont discrétisées par une méthode collocation spectrale Chebyshev/Chebyshev. Le problème de stabilité est alors réduit à un problème aux valeurs propres généralisé de la forme : $\mathbf{A} \mathbf{x} = \Omega \mathbf{B}$ avec Ω la valeur propre. Une méthode d’Arnoldi Shift/Inverse est utilisée afin d’obtenir la partie physiquement significative du spectre. Les résultats présentés ci-dessous ont été calculés dans une grille (125×50) .

3.2 Mode global instable M_0 .

Une étude paramétrique en fonction du nombre d’onde transverse β illustre l’apparition d’un mode global stationnaire instable pour β variant de 17 à 27 (M_0 , figure 3). L’énergie du mode pour le nombre d’onde critique est représentée sur la figure 1-b. Celle-ci est concentrée principalement dans le bulbe et au niveau de la couche de mélange. Cette instabilité globale peut être considérée comme un phénomène intrinsèque et engendre une tridimensionalisation du décollement même en l’absence d’excitations extérieures continues. L’existence d’une telle instabilité peut modifier les mécanismes de transition d’une part en modifiant le champ de base et d’autre part en générant la transition par des mécanismes purement globaux.

En outre, une étude plus détaillée du spectre a mis en évidence d’autres modes globaux

FIG. 4 – Représentation de la partie réelle de \hat{u} du mode M_1 à $\beta = 22$.FIG. 5 – Comparaison du taux d'amplification spatiale du mode M_1 entre une analyse PSE et le calcul BiGlobal pour $\beta = 22$.

stables. La structure spatiale de leurs fonctions propres semblent pouvoir les classer en trois familles ; représentées par M_1 , M_2 , M_3 sur la figure 3. Tout d'abord deux familles de modes convectifs, c'est à dire possédant une amplification spatiale, une de très basse fréquence (M_2) et une autre similaire à des ondes KH (M_3). Puis une troisième famille de modes de type hybride (un mixte entre M_0 , M_2 et M_3) de très basse fréquence, caractérisée par M_1 . Nous nous intéresserons alors dans les deux prochaines parties à spécifier les modes de type M_2 et M_3 et à examiner leur impact sur la déstabilisation d'un tel décollement.

3.3 Mode global stable instationnaire M_3 .

La structure de la perturbation suivant la direction de l'écoulement est représentée figure 4. La déstabilisation de la couche de mélange initie le développement d'une onde KH puis semble relaxer vers une onde TS. Afin de vérifier que ce type d'onde est bien l'équivalent d'une analyse locale, une étude du taux d'amplification spatiale est réalisée pour la pulsation complexe du mode M_3 à l'aide d'une méthode PSE basée sur le critère de l'énergie. Le taux d'amplification spatiale σ issu du calcul BiGlobal étant déterminé par :

$$\sigma = \frac{1}{|A|} \frac{d|A|}{dx} \text{ avec } |A| = \left(\int_0^{y_{max}} |\hat{u}|^2 + |\hat{v}|^2 + |\hat{w}|^2 dy \right)^{1/2}. \quad (3)$$

La comparaison entre les deux approches illustrée sur la figure 5 montre une analogie raisonnable entre ces deux modes et permet de confirmer la nature convective de type KH de ce mode. Ainsi en s'appuyant sur le théorème de Squire, l'étude locale de la première partie suffit à souligner l'influence de ces derniers.

D'autre part, l'analyse de stabilité globale met en lumière un mode de très basse fréquence convectif non révélés par l'approche locale (M_2). En effet, la structure du mode stationnaire

M_2 , dont les contours de la norme de la vorticité de la perturbation sont représentés sur la figure 6, semble représenter un mode convectif formé de tourbillons, se développant le long de la ligne de courant au dessus de la ligne de separation, caractéristique d'une instabilité de G rtler. Une telle instabilité f t déjà observée par Wilson et Pauley (1998) dans une simulation aux grandes échelles d'une couche limite décollée de plaque plane.

L'apparition d'une instabilité de G rtler est généralement due à la forte courbure des lignes de courant qu'impose dans ce cas la formation du bulbe. La dernière partie de ce papier sera donc consacrée à l'étude d'instabilité de G rtler réalisée suivant une paroi dont la courbure sera prise similaire à la ligne de courant proche de la ligne de separation.

3.4 Mode global stable, stationnaire M_2 , étude de G rtler.

Par la suite, nous supposons que la courbure le long de la ligne de courant est faible et que les effets visqueux sont supposés négligeables. Les équations définies par Hall (1982) sont alors appliquées :

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial X} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial Y} + \beta \hat{w} = 0 \quad (4a)$$

$$U \frac{\partial \hat{u}}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial X} \hat{u} + \bar{V} \frac{\partial \hat{u}}{\partial Y} + \frac{\partial U}{\partial Y} \hat{v} = \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial Y^2} - \beta^2 \hat{u} \quad (4b)$$

$$U \frac{\partial \hat{v}}{\partial X} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial X} \hat{u} + V \frac{\partial \hat{v}}{\partial Y} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial Y} \hat{v} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + GU \hat{v} = \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial Y^2} - \beta^2 \hat{v} \quad (4c)$$

$$U \frac{\partial \hat{w}}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial X} \hat{w} + V \frac{\partial \hat{w}}{\partial Y} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial Y} \hat{w} - \beta \hat{p} = \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial Y^2} - \beta^2 \hat{w} \quad (4d)$$

avec $(X, Y, Z) = (\tilde{x}, Re^{\frac{1}{2}} \tilde{y}, Re^{\frac{1}{2}} z)$ et le nombre de G rtler $G = 2\delta Re^{\frac{1}{2}}$ où δ est le paramètre de courbure adimensionné. Les variables $(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$ définissent un repère orthogonal le long de la ligne de courant et la vitesse normale adimensionnée par $Re^{-\frac{1}{2}}$ est notée \bar{V} . Le système (4) est intégré suivant l'abscisse curviligne \tilde{x} à l'aide d'un schéma d'Euler retardé. Une comparaison des fonctions propres suivant la direction transverse relative à la tridimensionnalisation du bulbe, est représentée sur la figure 7. Après un transitoire du   la condition initiale, l'allure des perturbations transverses issues du calcul BiGlobal et de l'intégration des équations de G rtler montrent une similarité raisonnable, notamment au maximum de courbure. Une étude sur l'évolution du taux d'amplification de cette instabilité de G rtler serait alors intéressante pour déterminer l'influence de celle-ci sur la transition vers la turbulence.

4 Conclusions

Cette analyse a montré qu'à suffisamment bas nombre de Reynolds la dynamique asymptotique d'une couche limite décollée est dominée par une instabilité globale stationnaire et tridimensionnelle. En effet, une analyse faiblement non parallèle de type PSE montre que les perturbations bidimensionnelles de type Kelvin-Helmholtz présentes uniquement dans le bulbe ne peuvent conduire à la transition vers la turbulence. L'étude de stabilité globale montre la pertinence d'une instabilité globale tridimensionnelle intrinsèque amenant à la déstabilisation du décollement. L'analyse détaillée des différents modes globaux agissant sur la dynamique a permis d'identifier deux familles de modes convectifs, une famille proche des résultats obtenus par une analyse de stabilité locale classique (modes de type KH) et une autre famille de modes de très basses fréquences proche d'une instabilité de type G rtler. L'ensemble de ces modes

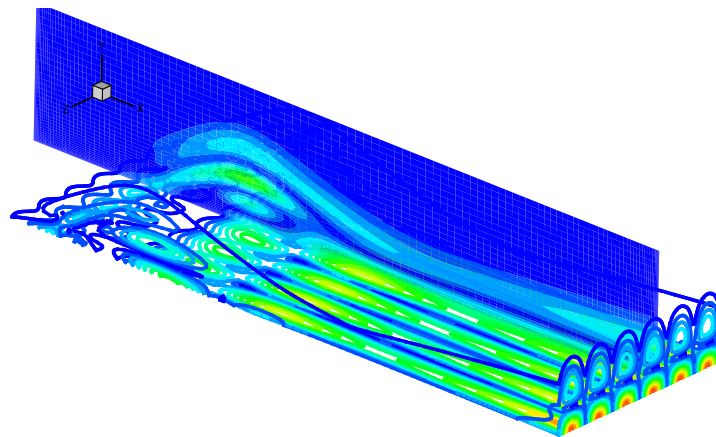


FIG. 6 – Représentation des contours d'isovorticités de la perturbation M2 suivant 3 longueurs d'onde transverses pour β égale à 22.

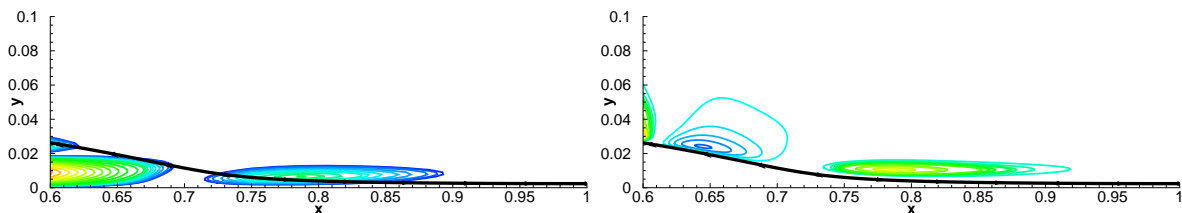


FIG. 7 – Comparaison de la perturbation transverse suivant une étude BiGlobale et de Görtler, à gauche et à droite respectivement.

peuvent contribuer à la transition. Dans une future étude il serait intéressant de réaliser une simulation numérique directe sur cette configuration afin de comparer les résultats et notamment d'étudier le régime non-linéaire où les différentes instabilités dynamiquement actives peuvent interagir de façon complexe et modifier significativement les mécanismes menant à la transition vers la turbulence.

Références

- M ALAM et N.D. SANDHAM : Direct numerical simulation of 'short' laminar separation bubbles with turbulent reattachment. *Journal of Fluid Mechanics*, 410:1–28, 1998.
- P. HALL : The linear development of görtler vortices in growing boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 130:41–58, 1982.
- DA HAMMOND et LG. REDEKOPP : Local and global instability properties of separation bubbles. *Eur. J. Mech. B-Fluids*, 17:145–64, 1998.
- U. RIST et U. MAUCHER : Investigations of time-growing instabilities in laminar separation bubbles. *Eur. J. Mech. B-Fluids.*, 21:495–509, 2002.
- V. THEOFILIS, S. HEIN et U. DALLMANN : On the origins of unsteadiness and three dimensionality in a laminar separation bubble. *Proc. R. Soc. London.*, 358:3229–3246, 2000.
- Peter G. WILSON et Laura L. PAULEY : Two and three dimensional large-eddy simulations of a transitional separation bubble. *Physics of fluids*, 10:2932–2940, 1998.