

Action des ondes acoustiques sur la stabilité des écoulements en cavité 3D chauffée latéralement

Walid DRIDI, Daniel HENRY & Hamda BENHADID

Ecole Centrale de Lyon/Université Lyon 1/INSA de Lyon
Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509
ECL, 36 avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully Cedex, France
dridiwalid@gmail.com

Résumé :

Nous nous intéressons à l'influence des ondes acoustiques sur les transitions d'écoulement dans une cavité parallélépipédique, de dimensions (ramenées à la hauteur) longitudinale $Ax = 4$ et transverse $Ay = 1$, chauffée latéralement et contenant un fluide de nombre de Prandtl $Pr = 0.01$. Nous avons tout d'abord déterminé les diagrammes de bifurcation relatifs à l'écoulement généré par le chauffage latéral de la cavité, d'une part sans l'influence d'ondes acoustiques et d'autre part lorsque la cavité est soumise à un faisceau acoustique de section carrée et de taille adimensionnée $H_b = 0.62$. Les solutions sont déterminées à l'aide d'une méthode de continuation et l'étude de leur stabilité, obtenue par une méthode d'Arnoldi, permet de cerner l'existence de points de bifurcation. Le tracé de ces diagrammes a montré une forte influence des ondes acoustiques sur les seuils de transition stationnaire et oscillatoire qui caractérisent cette situation. Nous avons ensuite suivi la variation de ces points de bifurcation stationnaire et oscillatoire. Les résultats ont montré que ces seuils de transition augmentent assez fortement avec l'intensité des ondes acoustiques, indiquant une bonne stabilisation de l'écoulement convectif par les ondes acoustiques.

Abstract :

We are interested in the influence of acoustic streaming on the stability of convective flows generated in low-Prandtl number fluids ($Pr = 0.01$) inside a laterally heated parallelepiped cavity. We determined the bifurcation diagrams related to the flow generated by the lateral heating of the cavity, with and without the influence of acoustic streaming, generated by a square section acoustic beam with a size $H_b = 0.62$. The flow solutions were determined with a continuation method, and some of the leading eigenvalues were occasionally computed by Arnoldi's method in order to locate changes of stability. The bifurcation diagrams showed a strong influence of the acoustic streaming on the stationary and oscillatory thresholds which characterize this situation. We then followed the variation of these stationary and oscillatory bifurcation points. The results showed that these transition thresholds quite strongly increase with the intensity of the acoustic waves, indicating a good stabilization of the convective flows by the acoustic streaming.

Mots-clefs :

Eckart streaming ; Ecoulements convectifs ; Stabilité

1 Introduction

Il est connu depuis déjà fort longtemps (Eckart (1948), Lighthill (1978)) que par l'application d'ondes acoustiques dans un milieu fluide, on peut générer un écoulement stationnaire connu sous le nom d'Eckart streaming ou de Quartz wind. Cette mise en mouvement du fluide, due à des effets non-linéaires et liée à la dissipation de l'énergie acoustique, s'effectue au coeur du volume fluide dans la zone de passage de l'onde acoustique. Ces écoulements d'origine acoustique sont utilisés dans de nombreux domaines d'application. Ils servent par exemple à faire circuler les fluides dans des systèmes micro-fluidiques (Kenneth *et al.* (2003)), à créer un

mélange chaotique dans des enceintes fermées (Suri *et al.* (2002)) ou à améliorer la qualité des alliages métalliques obtenus par solidification dirigée à partir de leur phase fluide (Kozhemyakin *et al.* (1995)). C'est cette dernière application qui est à l'origine de notre travail. Les solides obtenus par solidification dirigée présentent généralement des défauts de composition qui ont pour origine le comportement oscillatoire des écoulements convectifs générés au sein du bain fondu, et la maîtrise de ces défauts passe par la compréhension et le contrôle de ces écoulements convectifs.

Dans cet article, nous étudions l'effet des ondes acoustiques sur les écoulements convectifs générés au sein d'un fluide par l'application d'un gradient horizontal de température. L'intérêt de l'utilisation des ondes acoustiques provient du fait que les ondes acoustiques peuvent provoquer des modifications importantes dans la nature des mouvements convectifs. Dans le cadre de notre étude, nous considérons les écoulements convectifs générés dans une cavité parallélépipédique chauffée latéralement, et nous montrons comment ces écoulements sont modifiés et stabilisés lorsqu'ils sont soumis à une onde acoustique produite par une source ultrason de section carrée et positionnée au centre de la face gauche de la cavité.

2 Modélisation et méthodes numériques

On considère une cavité parallélépipédique (figure 1), de dimensions (ramenées à la hauteur) longitudinale $Ax = l/h = 4$ et transverse $Ay = w/h = 1$ (l est la longueur de la cavité (direction x), w sa largeur (direction y) et h sa hauteur (direction z)), contenant un fluide de faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.01$). Cette cavité est soumise à une différence de température entre ses deux extrémités (température chaude \bar{T}_h à droite et température froide \bar{T}_c à gauche) tandis que les parois latérales sont considérées comme adiabatiques. La cavité est aussi soumise à un faisceau ultrason supposé de section carrée (dimension caractéristique adimensionnée H_b) généré par un transducteur ultrason placé au centre de la section gauche de la cavité. L'onde acoustique considérée est une onde plane qui se propage en s'atténuant dans la direction x . Sur la section droite de la cavité, on place un matériau absorbant (par exemple du Polyuréthane type F28) pour éviter la réflexion de l'onde acoustique et la formation d'ondes stationnaires. L'atténuation de l'onde acoustique dans le milieu fluide visqueux, dû à la dissipation d'énergie acoustique dans le fluide, génère une force volumique F de composantes $F_j = -\partial(\overline{\rho_0 V_i' V_j'})/\partial x_i$ (Lighthill (1978)) où les V_i' sont les vitesses de fluctuation des particules fluides au passage de l'onde acoustique et le trait de surlignement désigne la moyenne temporelle. Dans le cas d'une onde plane se propageant dans la direction x , la force acoustique F , orientée selon x , se simplifie en donnant $F = \rho_0 \alpha u_{ac}^2 e^{-2\alpha x}$, où α est le coefficient d'atténuation de l'onde acoustique et u_{ac} est l'amplitude des fluctuations de vitesse. On considère enfin que l'atténuation de l'onde reste faible et que la force peut s'écrire $F = \rho_0 \alpha u_{ac}^2$. Cette force constante s'exerce à l'intérieur du faisceau acoustique et est caractérisée dans les équations de Navier-Stokes adimensionnées par le paramètre A .

En utilisant $h, h^2/\nu, \nu/h, \rho_0 \nu^2/h^2$ et $\gamma = (\bar{T}_h - \bar{T}_c)/A_x$ comme quantités de référence pour respectivement les longueurs, le temps, la vitesse, la pression et la température, les équations adimensionnées qui gouvernent l'écoulement s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{U} + Gr T \mathbf{e}_z + A \delta_b \mathbf{e}_x, \quad (2)$$

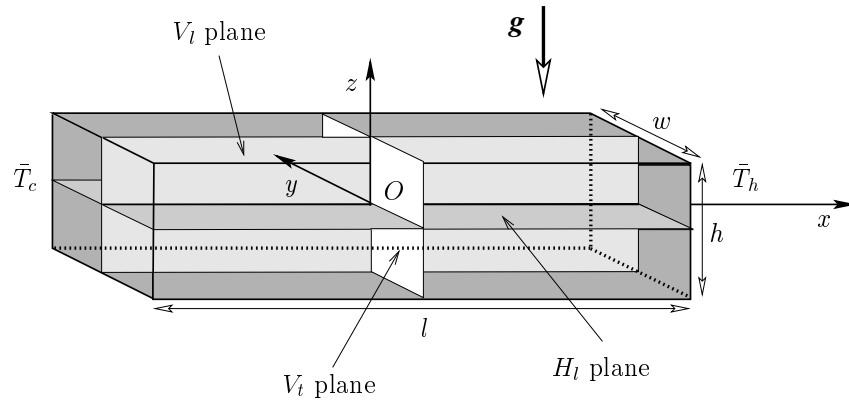


FIG. 1 – Configuration étudiée

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla T) = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T, \quad (3)$$

avec $\mathbf{U} = (U, V, W)$. Les paramètres du problème sont le nombre de Grashof $Gr = g\beta\gamma h^3/\nu^2$, le nombre de Prandtl $Pr = \nu/\kappa$ et le paramètre acoustique $A = \alpha u_{ac}^2 h^3/\nu^2$. δ_b est une fonction des coordonnées horizontale et verticale y et z et vaut 1 à l'intérieur du faisceau acoustique et 0 en dehors. Les conditions aux limites sont des conditions d'adhérence pour la vitesse ($\mathbf{U} = 0$) et des conditions d'adiabaticité pour la température en dehors des deux extrémités où la température est imposée. Les équations sont discrétisées en espace par la méthode des éléments spectraux et en temps par un schéma splitting semi-implicite proposé par Karniadakis *et al.* (1991). Une méthode de continuation est utilisée pour déterminer les solutions stationnaires ainsi que les points de bifurcation stationnaire et oscillatoire. A chaque pas de continuation, la solution stationnaire (ainsi que le vecteur propre critique dans le cas du calcul d'un point de bifurcation) est obtenue par la méthode de Newton, avec à chaque pas de Newton une résolution itérative des systèmes d'équations linéaires obtenus (algorithme GMRES). Les valeurs et vecteurs propres utiles au démarrage du calcul d'un point de bifurcation sont obtenus par la méthode d'Arnoldi (bibliothèque ARPACK). Ce type de méthode de continuation développé à partir d'un code de simulation avec évolution temporelle est décrit en détails par Mamun et Tuckerman (1995).

3 Résultats

Sans champ acoustique, la structure de l'écoulement convectif généré par le chauffage latéral de la cavité pour $Gr = 4 \cdot 10^4$ est présentée sur la figure 2. Cet écoulement correspond à une seule cellule de convection. Le fluide monte du côté chaud, à droite et descend du côté froid, à gauche. La solution stationnaire présente une symétrie par rapport au plan V_l ainsi que par rapport à l'axe y . En appliquant un champ acoustique dans la direction x , sans chauffage, l'écoulement généré est dans le sens des x positifs au centre et retourne le long des parois. A cause de la section carrée de la cavité et de la source acoustique, l'écoulement présente une symétrie de type D_4 (figure 3). Enfin, en combinant les effets du chauffage et du champ acoustique, on obtient un écoulement plus complexe qui ne présente plus que la symétrie par rapport au plan V_l (figure 4). On a étudié par la suite les premières bifurcations qui affectent ces écoulements. La branche des solutions de base est déterminée par la méthode de continuation et la stabilité de ces solutions est régulièrement analysée afin de détecter la présence d'un seuil de transition. La figure 5(a) présente le diagramme de bifurcation pour le cas thermique pur

($A = 0$). Sur la branche de base les solutions présentent les symétries par rapport au plan V_l et par rapport à l'axe transverse y . La solution perd sa stabilité pour $Gr_c = 61530$ en un point de bifurcation stationnaire (bifurcation fourche supercritique). Sur la branche bifurquée, la solution obtenue ne présente plus que la symétrie par rapport au point central de la cavité. Sur cette branche bifurquée, on détecte enfin un point de bifurcation de Hopf ($Gr_c = 92696$) au delà duquel la solution devient oscillatoire. Pour $A = 4 \cdot 10^4$, cas où l'écoulement généré par le chauffage de la cavité est modifié par l'Eckart streaming, on a obtenu le diagramme de bifurcation présenté sur la figure 5(b). Sur la branche de base, la solution qui présente une symétrie par rapport au plan V_l est stable jusqu'à un point de bifurcation stationnaire à $Gr_c = 81540$. Sur la branche bifurquée, la solution ne présente plus aucune symétrie et elle reste stable jusqu'à un point de bifurcation oscillatoire (Hopf) pour $Gr_c = 141119$. D'après ces deux diagrammes, on peut dire que l'application d'un champ acoustique permet d'augmenter les seuils de transition. Pour mieux comprendre l'effet du champ acoustique sur l'évolution des seuils de transition, nous avons ensuite utilisé la méthode de suivi des seuils de bifurcation. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 6. Nous voyons que les seuils de bifurcation stationnaire et oscillatoire augmentent assez fortement avec l'intensité de l'onde acoustique, indiquant une bonne stabilisation de l'écoulement convectif.

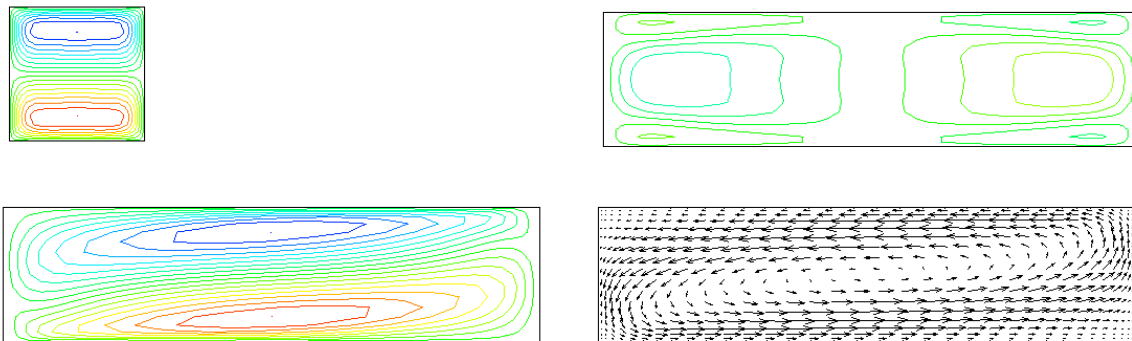


FIG. 2 – Structure de l'écoulement dû au chauffage seul pour $Gr = 4 \cdot 10^4$ ($A = 0$). Vues de la vitesse horizontale dans les plans principaux (V_t , H_l et V_l), puis des vecteurs vitesses dans le plan V_l .

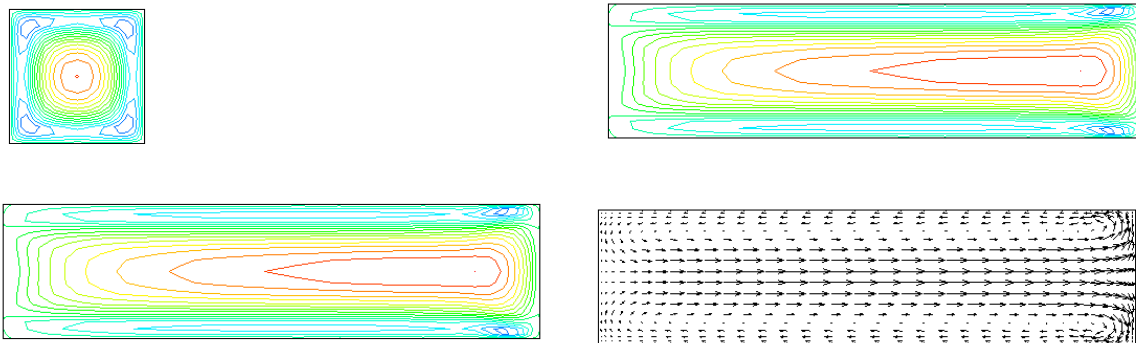


FIG. 3 – Structure de l'écoulement dû à l'acoustic streaming seul pour $A = 4 \cdot 10^4$ ($Gr = 0$). Vues de la vitesse horizontale dans les plans principaux (V_t , H_l et V_l), puis des vecteurs vitesses dans le plan V_l .

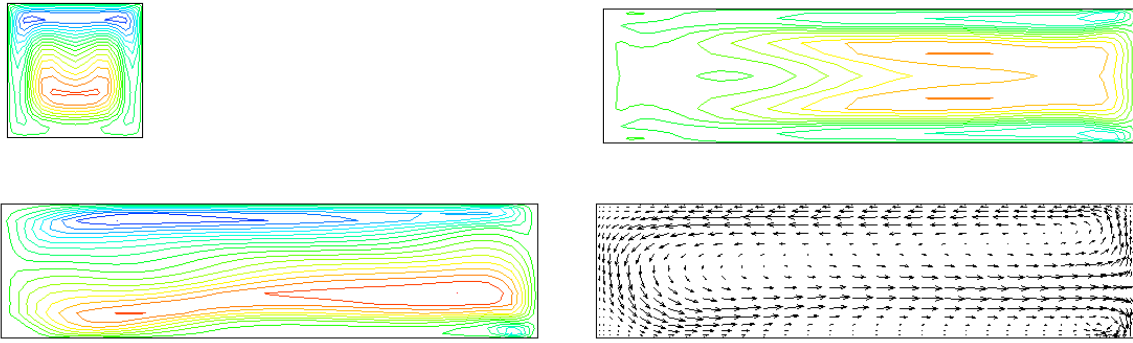


FIG. 4 – Structure de l'écoulement dû conjointement au chauffage ($Gr = 4 \cdot 10^4$) et à l'application d'ondes acoustiques ($A = 4 \cdot 10^4$). Vues de la vitesse horizontale dans les plans principaux (V_t , H_l et V_l), puis des vecteurs vitesses dans le plan V_l .

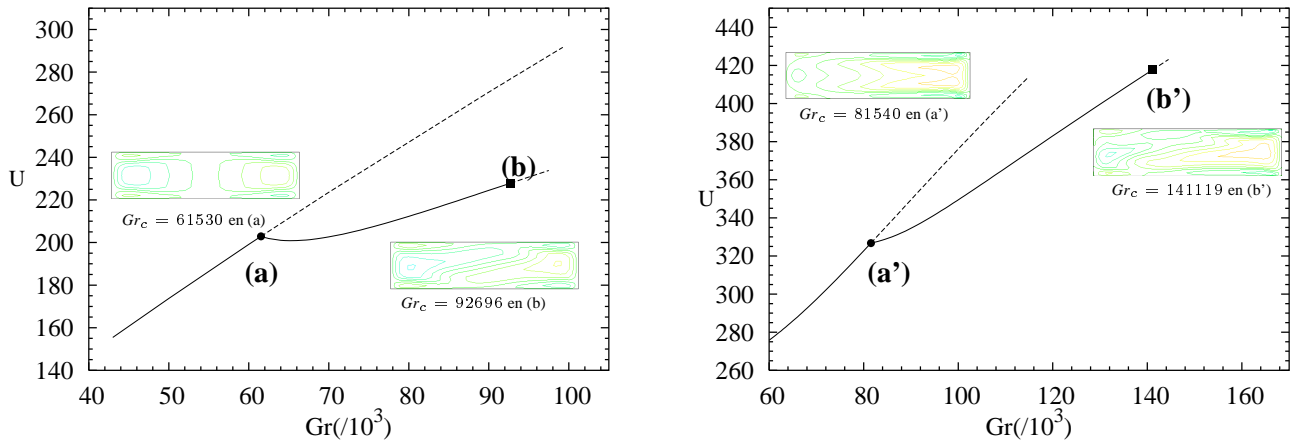


FIG. 5 – Diagrammes de bifurcation pour une cavité chauffée ($Ax = 4$, $Pr = 0.01$), sans acoustique ($A = 0$) (a), puis avec l'influence d'un faisceau acoustique de taille $H_b = 0.62$ pour $A = 4 \cdot 10^4$ (b).

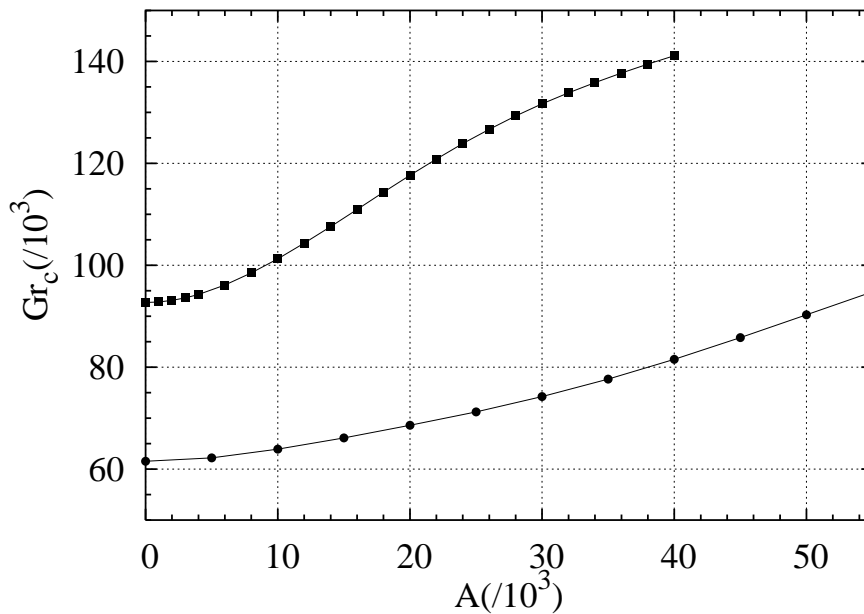


FIG. 6 – Variation des seuils stationnaires sur la branche de base et des seuils oscillatoires sur la branche bifurquée en fonction du paramètre acoustique A pour une cavité chauffée soumise à un faisceau acoustique de taille $H_b = 0.62$ ($Pr = 0.01$, $Ax = 4$).

4 Conclusions

Par l'utilisation d'une méthode de continuation performante développée pour le calcul des écoulements dans des cavités tridimensionnelles, nous avons pu obtenir des diagrammes de bifurcation et suivre les points de transitions détectés pour une cavité chauffée latéralement et soumise à l'influence d'un faisceau acoustique. Les résultats obtenus montrent que pour la cavité étudiée deux types de transition affectent l'écoulement de base, l'une stationnaire conduisant à l'existence d'une branche bifurquée stationnaire, l'autre oscillatoire affectant cette branche bifurquée et conduisant à l'apparition d'un régime oscillatoire. Différentes symétries sont rencontrées suivant la présence ou non du faisceau acoustique, et certaines de ces symétries sont brisées au point de bifurcation stationnaire. L'étude de l'influence du paramètre acoustique A sur les seuils de transition a mis en évidence l'effet stabilisant des ondes acoustiques sur les écoulements convectifs avec en particulier une forte augmentation des seuils oscillatoires sur une large plage de valeurs de A .

Références

- Eckart, C. 1948 Vortices and streams caused by sound waves. *J. Phys. Rev.* **73(1)** 68-76.
- Kenneth, D., Frampton, M., Shawn, E.M. and Keith, M. 2003 The scaling of acoustic streaming for application in micro-fluidic devices. *Applied Acoustics* **64** 681-692.
- Karniadakis, G.E., Israeli, M. and Orszag, S.A. 1991 High-order splitting method for the incompressible Navier-Stokes equations. *J. Comput. Phys.* **97** 414-443.
- Kozhemyakin, G.N. and Kolodyazhnaya, L.G. 1995 Growth striations in Bi-Sb alloy single crystals pulled in the presence of ultrasonic vibrations. *J. Crystal Growth* **147** 200-206.
- Lighthill J. 1978 Acoustic streaming. *J. Sound Vibration* **61(3)** 391-418.
- Mamun, C.K. and Tuckerman, L.S. 1995 Asymmetry and Hopf bifurcation in spherical Couette flow. *Phys. Fluids* **7** 80-91.
- Suri, C., Takenaka, K., Yanagida, H., Kojima, Y. and Koyama, K. 2002 Chaotic mixing generated by acoustic streaming. *Ultrasonics* **40** 393-396.