

Transition à la tridimensionalité de l'écoulement autour d'une sphère fixe en convection mixte

Miroslav Kotouč, Gilles Bouchet & Jan Dušek

Institut de Mécanique des Fluides et des Solides
UMR 7507 ULP/CNRS
2, rue Boussingault, 67 000 Strasbourg
kotouc@imfs.u-strasbg.fr

Nous menons actuellement, à l'IMFS de Strasbourg, une étude visant à décrire la trajectoire d'une sphère en fusion se déplaçant librement dans un fluide newtonien. Nous présentons ici les deux premières étapes de ce travail, consistant en l'étude paramétrique de l'écoulement axisymétrique autour d'une sphère fixe chauffée (en configuration 'assisting flow') et en l'étude de stabilité linéaire de cet écoulement. Les paramètres du problème sont le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl. Dans une première partie, nous présentons les coefficients de traînée et les nombres de Nusselt obtenus pour $Pr = 0.72$ (air) en forçant l'axisymétrie du problème, ainsi que les différents aspects de l'écoulement. Dans une seconde partie, nous montrons que l'axisymétrie de l'écoulement est brisée par une bifurcation régulière dont nous présentons les seuils en fonction du nombre de Richardson (donnant ainsi les limites d'existence de la solution axisymétrique). Enfin, nous présentons l'aspect d'un écoulement pleinement tridimensionnel, obtenu grâce à un code de calcul spectral-éléments spectraux, spécialement développé pour l'étude d'écoulements en géométrie axisymétrique.

Abstract :

The goal of investigations under way at IMFS in Strasbourg is to describe the trajectory of a freely falling or ascending sphere at fusion in a newtonian fluid. Here we present two first stages of our work, consisting in a parametric axisymmetric study of a fixed heated sphere in the configuration of 'assisting flow' and a linear stability analysis of this flow. The parameters of the problem are the Reynolds, Grashof and Prandtl numbers. Firstly, assuming the axisymmetry, drag coefficients and Nusselt numbers as well as different flow aspects of the flow are presented for a constant Prandtl number $Pr = 0.72$ (air). Secondly, we show that the axisymmetry is broken via a regular bifurcation and we give the limits of linear stability of the flow as a function of Richardson number. Finally, we present a fully three-dimensional simulation, obtained with a spectral-spectral-element code, specially developed at IMFS for investigations of flows in axisymmetric geometries.

Mots-clefs :

convection mixte ; bifurcation primaire ; sphère chauffée

1 Introduction

La convection naturelle ou mixte engendrée par des particules sphériques est présente dans de nombreuses applications industrielles ; on peut citer le cas de la vaporisation des particules de combustible, la condensation, le séchage, l'absorption, la fusion de particules solides transportées par un fluide, etc. Jusqu'à maintenant, la plupart des études menées sur la convection libre ou mixte d'une sphère l'ont été sur l'écoulement axisymétrique (Geoola & Cornish (1981), Wong *et al.* (1986), Mograbi & Bar-Ziv (2005)). Cependant, lorsqu'un tel écoulement devient instable et perd son axisymétrie, l'écoulement tridimensionnel qui en résulte peut modifier de façon significative les valeurs du coefficient de traînée et du nombre de Nusselt. De même, les trajectoires des particules se déplaçant librement dans un fluide deviennent non-rectilignes et très complexes (Jenny *et al.* (2004)).

Le scénario de transition vers la tridimensionalité est à présent bien connu dans le cas d'une sphère non-chauffée (Natarajan & Acrivos (1993), Johnson & Patel (1999), Ghidersa & Dušek

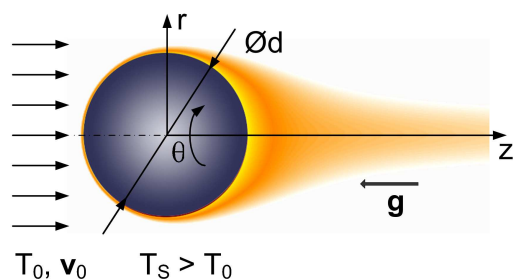


FIG. 1 – Définition du problème, système de coordonnées

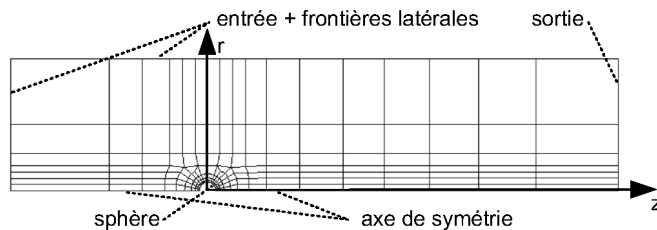


FIG. 2 – Maillage typique de 169 éléments

(2000)). L'écoulement axisymétrique perd sa stabilité via une bifurcation régulière avant de devenir instationnaire via une deuxième bifurcation de type Hopf. La brisure de l'axisymétrie est à l'origine de la force de portance (et d'un moment), la bifurcation de Hopf déclenchant l'instationnarité des forces hydrodynamiques. Ces instabilités modifient fortement la trajectoire d'une particule sphérique en chute ou en ascension libre dans un fluide. En effet, il a été montré (Jenny *et al.* (2004)) que dans un tel cas, l'écoulement subit une série de bifurcations et la trajectoire d'une particule libre atteint rapidement un régime chaotique.

On ne sait en revanche que très peu de choses sur la stabilité de l'écoulement autour d'une sphère chauffée. En particulier, aucune étude globale et tridimensionnelle permettant d'établir les limites d'existence de l'écoulement axisymétrique n'a jusqu'alors été menée. Quelques travaux ont bien été conduits sur la stabilité d'un panache thermique (Wakitani (1980), Riley & Tveitereid (1984)), mais on sait que l'approche quasi-parallèle locale utilisée dans ces études ne permet pas de prévoir correctement la transition à la tridimensionalité des sillages.

Dans ce travail, nous présentons tout d'abord des résultats de calculs axisymétriques dont la portée est validée ensuite par une analyse de stabilité linéaire. Nous présentons, pour finir, un calcul pleinement tridimensionnel nous permettant de décrire une partie du scénario de transition d'une sphère fixe chauffée.

2 Définition du problème

Le problème est schématiquement décrit sur la Fig. 1. Une sphère de diamètre d et de température surfacique constante T_S est immergée dans un fluide newtonien incompressible de température $T_0 < T_S$. On s'intéresse ici à la configuration 'assisting flow', ce qui signifie que la vitesse uniforme en amont de la sphère \mathbf{v}_0 est opposée au champ de pesanteur \mathbf{g} et que le fluide se dilate avec une température croissante. Les propriétés du fluide sont la densité ρ_0 à la température T_0 , la viscosité cinématique ν , la conductivité thermique λ , la chaleur spécifique à pression constante c_p et le coefficient d'expansion volumétrique β . Les équations à résoudre sont celles de la continuité, de Navier-Stokes et de l'énergie, les effets de flottabilité étant simplifiés par l'approximation de Boussinesq. Les équations sont adimensionnalisées par l'échelle de longueur d , l'échelle de vitesse v_0 , l'échelle de temps d/v_0 et ρv_0^2 pour la pression. La température sans dimension est définie par $T^* = (T - T_0)/(T_S - T_0)$. Les trois équations s'écrivent ainsi (en omettant le symbole "*" pour les quantités adimensionnelles) :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} - \frac{Gr}{Re^2} T \mathbf{e}_z,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)T = \frac{1}{Re.Pr} \nabla^2 T.$$

Les nombres sans dimension du problème sont :

$$Re = \frac{v_0 d}{\nu}, \quad Gr = \frac{\beta g (T_S - T_0) d^3}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\nu \rho_0 c_p}{\lambda}, \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2}.$$

Les conditions aux limites sont les suivantes (voir Fig. 2 pour la définition des frontières du domaine de calcul) :

- sur la sphère : $\mathbf{v} = 0, \quad T = 1$
- à l'entrée et sur les frontières latérales : $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0, \quad T = 0$
- à la sortie : $\partial \mathbf{v} / \partial n = 0, \quad \partial T / \partial n = 0$

3 Méthode numérique

La méthode numérique employée est basée sur une décomposition en éléments spectraux (Patera (1984), Karniadakis (1990)) du domaine dans le plan (z, r) (voir Fig. 2 avec un maillage typique de 169 éléments) complétée par une décomposition en séries de Fourier dans la direction azimutale pour des calculs tridimensionnels (voir Ghidersa & Dušek (2000) pour une description détaillée de la méthode). Le code nous permet ainsi d'effectuer des calculs axisymétriques, des analyses de stabilité linéaire en supprimant le couplage entre les modes azimutaux et des calculs pleinement tridimensionnels (avec un nombre de modes azimutaux variable).

4 Cas axisymétrique

Dans le cas axisymétrique (seul le mode 0 étant résolu), nous avons mené une étude paramétrique à $Pr = 0.72$ en faisant varier le nombre de Richardson de 0 à 0.7 (les valeurs maximales étant $Re_{max} = 1500$, $Gr_{max} = 1.575.000$ pour le cas extrême de $Ri = 0.7$).

4.1 Différents régimes d'écoulements

La Fig. 3a synthétise les résultats obtenus sous la forme d'un diagramme d'état. Pour les faibles nombres de Reynolds, l'écoulement autour de la sphère ne présente aucun décollement. Cet écoulement est représenté sur la Fig. 3a par les symboles "o". Il est bien connu que dans le cas d'une sphère non-chauffée ($Ri = 0$), il apparaît une recirculation en forme de tore en aval de la sphère avec du fluide qui remonte le long de l'axe de symétrie (voir Fig. 3b, symboles "x" dans la Fig. 3a) pour un nombre de Reynolds $Re = 20.82$. Nous avons représenté par le trait plein le seuil d'apparition de cette recirculation en fonction du nombre de Richardson : on constate bien que le fait de chauffer la sphère (et donc de générer un panache superposé au sillage) a pour effet de retarder l'apparition de la recirculation. Pour des Richardson supérieurs à 0.4, la recirculation qui apparaît sur la partie aval de la sphère ne touche pas l'axe de symétrie (symboles "◇" dans la Fig. 3a). Dans ce cas, à Richardson fixé, une augmentation du nombre de Reynolds se traduit par un élargissement du tore (voir Fig. 3c) qui finit par toucher l'axe, l'écoulement retrouvant ainsi le régime de la Fig. 3b. Les différentes lignes de la Fig. 3a représentent les frontières entre les différents régimes ; la ligne pointillée sera commentée en section 5.

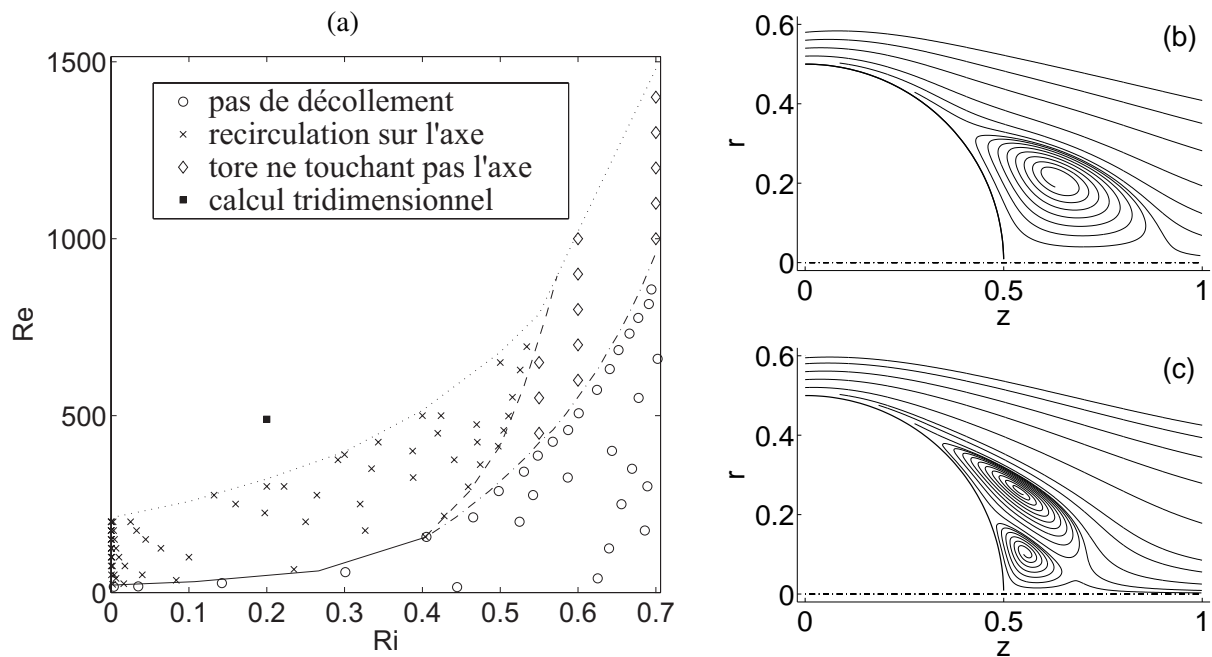


FIG. 3 – (a) Diagramme d'état, (b) aspect de l'écoulement correspondant au régime "×" ($Ri = 0.2$, $Re = 150$), (c) aspect de l'écoulement correspondant au régime "◇" ($Ri = 0.6$, $Re = 700$).

4.2 Coefficient de la force de traînée et nombre de Nusselt

Il est bien connu que, dans le cas d'une sphère non-chauffée, le coefficient de la force de traînée, défini par $C_D = 8F_D / \rho v_0^2 \pi d^2$, décroît avec le nombre de Reynolds (Bouchet *et al.* (2006)) ; nous montrons ici qu'il croît avec le nombre de Grashof pour un Re constant (Fig. 4a), mais que l'effet du Grashof est d'autant plus faible que le Reynolds est élevé (à Reynolds infini, c'est-à-dire à Richardson tendant vers 0, toutes les courbes de la Fig. 4a tendent à se superposer). On peut également constater qu'aucun changement brusque n'est visible sur les courbes lorsque l'écoulement passe par les différents régimes décrits dans le paragraphe 4.1 (l'apparition de la recirculation est matérialisée par la ligne épaisse coupant les différentes courbes de la Fig. 4a).

Le nombre de Nusselt (défini par $Nu = 2\dot{Q} / \dot{Q}_{cond}$, où \dot{Q} est un flux de chaleur calculé en autorisant la convection et \dot{Q}_{cond} est un flux de chaleur calculé en empêchant l'écoulement du fluide) croît avec le nombre de Reynolds et, pour un Re constant, il croît avec Gr (Fig. 4b). Les pentes des courbes, notamment celles de $Gr = C^{te}$, augmentent lorsque l'écoulement fait apparaître une recirculation sur l'axe en aval de la sphère – le fluide dans le voisinage de la sphère est mélangé avec celui plus lointain et plus froid et l'échange thermique est favorisé. Par contre, puisque les vitesses absolues dans les différentes zones de recirculation ne touchant pas l'axe sont très faibles, les régimes avec ces types de recirculations ne favorisent pas l'échange thermique.

5 Analyse de stabilité linéaire

Nous avons réalisé une analyse de stabilité linéaire des différents écoulements axisymétriques précédemment calculés (écoulement de base). Cette analyse linéaire montre que le premier mode sélectionné est toujours le premier mode azimutal. La brisure de l'axisymétrie se fait donc par une bifurcation régulière. Nous avons représenté sur la Fig. 3a, par la ligne poin-

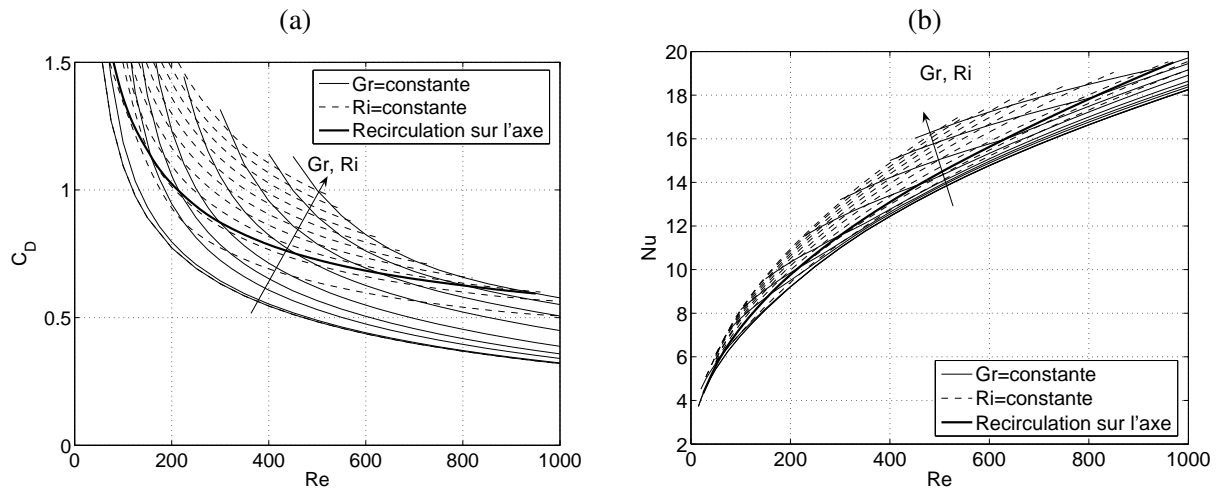


FIG. 4 – (a) Coefficients de la force de traînée et (b) nombres de Nusselt pour $Gr = 0, 10^3, 10^4, 2 \times 10^4, 4 \times 10^4, 10^5, 2 \times 10^5, 3.5 \times 10^5, 5 \times 10^5$ et $Ri = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2$ (la ligne pleine (—) pour $Gr = 0$ et la ligne en tirets (- - -) pour $Ri = 0$ sont identiques).

tillée le seuil d'apparition de l'instabilité en fonction du Richardson. On voit très nettement que l'écoulement est d'autant plus stable que le chauffage est fort. On peut aussi noter que cette ligne représente la limite de l'axisymétrie. Toutes les simulations axisymétriques se trouvant au-dessous sont donc linéairement stables.

6 Calcul tridimensionnel

La Fig. 5 représente l'allure d'un écoulement pleinement tridimensionnel correspondant aux paramètres représentés par "■" sur la Fig. 3a. On s'aperçoit que l'écoulement est qualitativement le même que pour le cas d'une sphère non-chauffée et se manifeste par deux filaments de vorticité en aval de la sphère tout en gardant un plan de symétrie, choisi aléatoirement. Néanmoins, une différence remarquable existe : le chauffage éloigne l'apparition de la deuxième bifurcation (de type Hopf) et maintient ainsi l'écoulement stationnaire jusqu'à $Re = 500$.



FIG. 5 – Isosurfaces de vorticité axiale constante $\omega_z = 0.4$ (  gauche) et isosurfaces de température constante $T = 0.27$ (  droite) d'un écoulement pleinement tridimensionnel   $Ri = 0.2$ et $Re = 430$ obtenu avec 6 modes azimutaux.

7 Conclusions

Dans la première partie de ce travail (étude axisymétrique), nous avons montré que l'effet du chauffage sur une sphère placée dans un écoulement est de retarder l'apparition du détachement de la couche limite autour de la sphère. Nous avons présenté deux types de recirculations en aval de la sphère (une recirculation qui touche l'axe de symétrie et une recirculation hors de l'axe) qui existent pour différentes combinaisons des paramètres $Ri - Re$. Faute de vitesse assez élevée dans la recirculation hors de l'axe, les écoulements avec ce type de recirculation ne favorisent pas l'échange thermique entre le fluide froid et la sphère chaude. Comparé à une sphère froide, le fait de chauffer la sphère augmente le coefficient de la force de traînée (cet effet étant d'autant plus important que le nombre de Reynolds est faible), ainsi que le nombre de Nusselt.

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons établi les limites de validité de l'écoulement axisymétrique par une analyse de stabilité linéaire. Nous avons constaté que le chauffage avait pour effet de stabiliser l'écoulement.

Finalement, une analyse pleinement tridimensionnelle a montré que l'écoulement, après avoir perdu l'axisymétrie, garde tout de même un plan de symétrie et présente deux filaments de vorticité en aval de la sphère. Cet écoulement est qualitativement similaire à celui d'une sphère non-chauffée, seuls les seuils d'apparition des bifurcations sont repoussés.

Références

- Bouchet, G., Mebarek, M., Dušek, J. 2006 Hydrodynamic forces acting on a rigid fixed sphere in early transitional regimes. *European Journal of Mechanics, B/Fluids* **25** 321–336
- Geoola, F., Cornish, A.R.H. 1981 Numerical solution of steady-state free convective heat transfer from a solid sphere. *Int. J. Heat Mass Transfer* **24** 1369–1379
- Ghidersa, B., Dušek, J. 2000 Breaking of axisymetry and onset of unsteadiness in the wake of a sphere. *J. Fluid Mech.* **423** 33–69
- Jenny, M., Dušek, J., Bouchet., G. 2004 Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid. *J. Fluid Mech.* **508** 201–239
- Johnson, T.A., Patel, V.C. 1999 Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. *J. Fluid Mech.* **378** 19–70
- Karniadakis, G.E. 1990 Spectral element-Fourier methods for incompressible turbulent flows. *Computer-methods in applied mechanics and engineering* **80** 367–380
- Mograbi, E., Bar-Ziv, E. 2005 Dynamics of a spherical particle in mixed convection flow field. *Journal of Aerosol Science* **36** 387–409
- Natarajan, R., Acrivos, A. 1993 The instability of the steady flow past spheres and disks. *J. Fluid Mech.* **254** 323–344
- Patera, A. 1984 A spectral element method for fluid dynamics : laminar flow in a channel expansion. *Journal of Computational Physics* **54** 468–488
- Riley, D.S., Tveitereid, M. 1984 On the stability of an axisymmetric plume in a uniform stream. *J. Fluid Mech.* **142** 171–186
- Wakitani, S. 1980 The stability of a natural convection flow above a point heat source. *J. Phys. Soc. Japan* **49** 2392–2399
- Wong, K.L., Lee, S.C., Chen, C.K. 1986 Finite element solution of laminar combined convection from a sphere. *Journal of Heat Transfer* **108** 860–865