

Modélisation par éléments finis de sandwichs hybrides passifs/actifs pour l'isolation acoustique

Cédric Batifol, Mohamed Ichchou & Marie-Annick Galland

Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes
Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique
Ecole Centrale de Lyon
36, Avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully cedex
cedric.batifol@ec-lyon.fr

Résumé :

Cette communication présente les résultats issus d'un modèle éléments finis de double-cloison isolante hybride. Des modèles tridimensionnels complets sont utilisés pour les plaques élastiques, les patches piézoélectriques, le coeur poroélastique et le fluide. Les pertes en transmission des multicouches sont calculées sur la plage 100 Hz – 1500 Hz. Le coeur est constitué de laine de roche ou de feutre, et peut être totalement collé aux deux plaques ou séparé de la plaque rayonnante par une lame d'air. Dans le cas le plus favorable, l'utilisation du contrôle permet de s'affranchir de la première résonance et de la fréquence de respiration. Enfin, la dépendance fréquentielle du modèle poroélastique augmentant drastiquement le temps de calcul, une nouvelle méthode de réduction basée sur la projection modale est présentée.

Abstract :

This contribution discusses results obtained from a finite element model of a hybrid double-plate panel for sound insulation. Complete three-dimensional model are implemented to capture the piezoelectric patches, elastic plates, poroelastic core and fluid behaviors. The transmission losses are calculated from 100 to 1 500 Hz. The core is made of rock wool or felt and is either bounded to both plates or uncoupled from the radiating plate thanks to an airgap. The use of active control allow minimising the first resonances and the double-leaf panel resonance. Finally, a new reduction procedure of the poroelastic model is presented.

Mots-clefs :

Contrôle actif ; Éléments finis ; Matériaux poreux

1 Introduction

Les double-cloisons, formées de plaques élastiques et d'un coeur mêlant air et matériau poroélastique, permettent une bonne isolation acoustique en moyennes et hautes fréquences. En basses fréquences, le premier mode de plaque et le phénomène de respiration dégradent fortement les performances. L'adjonction de patches piézoélectriques sur la plaque impactée par l'onde incidente permet d'obtenir une source vibratoire secondaire efficace. La mise en place d'un dispositif de contrôle est ainsi possible. Les premiers travaux sur le concept d'isolant hybride visaient à réduire le son transmis dans une cabine d'avion (Guigou *et al.* (1999), Johnson *et al.* (2000)). Un premier modèle analytique de double-cloison avec une lame d'air tenant lieu de coeur est ainsi validé (Carneal *et al.* (2004)).

L'étude présentée s'appuie sur le concept d'absorbants hybrides développé au Centre Acoustique du LMFA depuis dix ans (Galland *et al.* (2005)). La combinaison des propriétés passives des matériaux poroélastiques et d'un système de contrôle actif permet d'imaginer une paroi isolante efficace sur une très large bande fréquentielle. Dans cette communication, la configuration étudiée est d'abord rappelée. Le *Transmission Loss* (TL_{dB}) est ensuite calculé pour des

fréquences variant de 100 Hz à 1500 Hz , pour différents coeurs et avec différentes stratégies de contrôle. Enfin, une première piste de réduction du temps de calcul est présentée à travers la synthèse modale de la réponse forcée poroélastique.

2 Configuration étudiée

Le multicouche est constitué de deux plaques d'acier de 0,2 mm d'épaisseur, de deux patches piézoélectriques (épaisseur de 0,19 mm et section carrée de $19 \times 19 \text{ mm}^2$) alimentés en opposition de phase et d'un coeur de 2 cm d'épaisseur constitué de laine de roche ou de feutre. La section carrée de ce sandwich possède une longueur d'arête de 66 mm . La géométrie du modèle éléments finis tire profit des plans de symétrie du problème, comme le montre la figure 1. L'implémentation du modèle sous *Comsol*[®] est détaillée par Batifol *et al.* (2007).

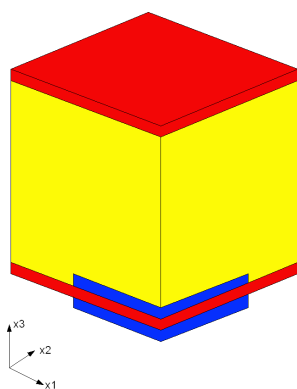


FIG. 1 – 1/4 de multicouche. x_3 représente l'axe de propagation.

	E (Pa)	ν	ρ (kg/m^3)
Plaques	2.10^{11}	0,27	7 700
Piézo	$9,6.10^{10}$	0,34	7 650
	e_{31} (C/m^2)	e_{33} (C/m^2)	ϵ_{11} ϵ_{33}
	-6,18	6,18	1 142 668

TAB. 1 – Paramètres des plaques et des patches.

	ϕ	σ (Ns/m^4)	α_∞	Δ (μm)	Δ' (μm)
Feutre	0,98	33 000	1,1	50	110
Laine	0,94	40 000	1,1	56	110
	ρ_s (kg/m^3)	E (Pa)	ν		
Feutre	60	$100\,000(1 + 0.88j)$	0		
Laine	130	$4\,400\,000(1 + 0.1j)$	0		

TAB. 2 – Paramètres poroélastiques.

Les tableaux 1 et 2 énumèrent les caractéristiques des matériaux utilisés pour cette étude. Les lois de comportement sont considérées isotropes, et les lois de déformation sont linéaires. E , ν et ρ sont le module d'Young, le coefficient de Poisson et la masse volumique. e_{31} , e_{33} , ϵ_{11} et ϵ_{33} représentent les constantes diélectriques. ϕ , σ , α_∞ , Δ et Δ' décrivent la porosité, la résistivité statique, la tortuosité et les longueurs caractéristiques des effets visqueux et thermique au sein du matériau poreux. Enfin, ρ_s représente la masse volumique *in vacuo* du matériau poroélastique. Le multicouche est impacté par un front d'onde plan d'amplitude unitaire se propageant dans le sens des x_3 croissants. Le TL_{dB} s'exprime en fonction des énergies incidente W_i et transmise W_t selon l'équation 1.

$$TL_{dB} = 10 \log_{10} \frac{W_i}{W_t}. \quad (1)$$

La fonction coût est minimisée en appliquant aux patches piézoélectriques un potentiel dépendant des réponses fréquentielles du sandwich à une excitation primaire (pression incidente unitaire) et secondaire (potentiel unitaire). Deux objectifs de contrôle sont étudiés. Le premier tend à annuler le déplacement au centre de la face "extérieure" de la plaque rayonnante, le second privilégiant l'annulation de la pression sur la face "intérieure" de la plaque rayonnante. En notant $H_{prim}(\omega)$ et $H_{sec}(\omega)$ les réponses du multicouche à ces excitations, le potentiel optimal $V_{opt}(\omega)$ se calcule selon l'équation 2.

$$V_{opt}(\omega) = -\frac{H_{prim}(\omega)}{H_{sec}(\omega)}. \quad (2)$$

3 Pertes en transmission

La figure 2 présente les pertes en transmission pour un coeur totalement poroélastique. Celui-ci peut être totalement collé aux deux plaques (*C1*) ou séparé de la seconde plaque par une lame d'aire de $2 \mu m$ (*C2*). La stratégie de contrôle est ici de minimiser le déplacement au centre de la plaque rayonnante (hypothèse de fort rayonnement du premier mode de flexion).

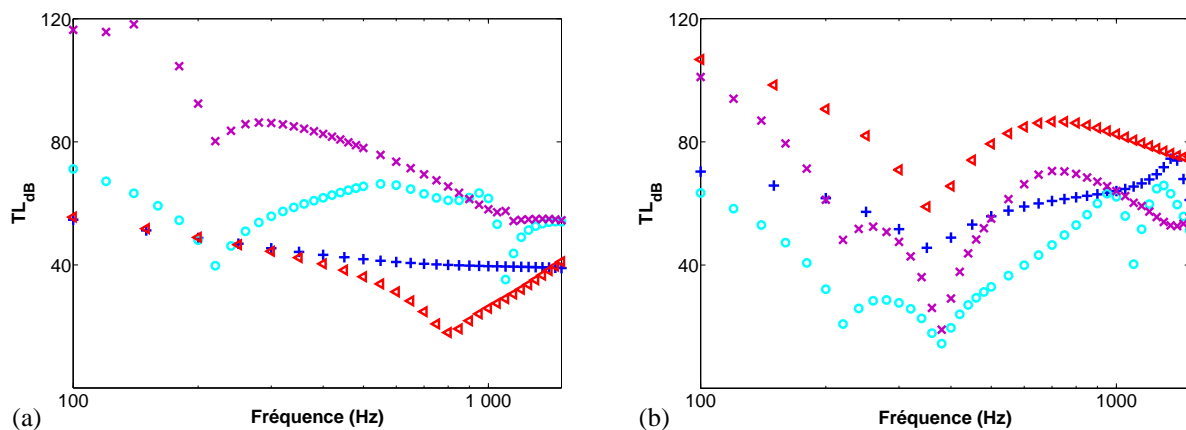


FIG. 2 – TL_{dB} en configurations passives et actives. (a) : Laine de roche. (b) Feutre. ++ : *C1* passif, << : *C1* actif, oo : *C2* passif, ×× : *C2* actif.

Dans la configuration *C2*, et pour les deux coeurs, la double-cloison est transparente à la fréquence de résonance du premier mode de flexion de la plaque rayonnante. A cette résonance, la stratégie de contrôle est optimale et le gain s'élève à 40 dB . Dans le cas du feutre, la plus grande souplesse du coeur permet de voir apparaître la fréquence de respiration. L'activation du contrôle a ici un effet moindre et la performance maximale est obtenue en configuration *C1*. La meilleure transmission du signal secondaire justifie ce phénomène. Le gain s'élève alors à 10 dB .

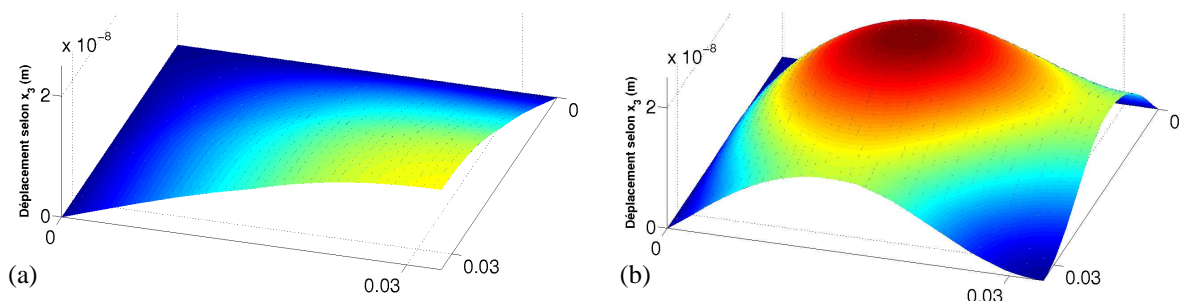


FIG. 3 – Déformée de la plaque rayonnante pour le multicouche avec laine de roche en configuration *C1*, à 650 Hz . (a) : primaire. (b) : primaire + secondaire.

La stratégie de contrôle n'est pas efficace pour le coeur en laine de roche dans la configuration *C1*. L'énergie rayonnée due au premier mode de flexion est bien diminuée, mais les modes supérieurs deviennent rayonnants comme le montre la figure 3. La figure 4, quant à elle, compare

le contrôle en déplacement avec un contrôle de la pression "interne" au niveau de la plaque rayonnante. Le coeur est alors composé d'un centimètre de poreux et d'un centimètre d'air. Les deux méthodologies sont équivalentes sur la gamme basses fréquences contrôlée par la raideur des plaques. Passée la fréquence de respiration, les résultats diffèrent grandement pour les deux coeurs, illustrant la déformation du front d'onde de pression lors du passage dans la couche poreuse. La mise en oeuvre pratique de telles structures se focalisant sur une augmentation des performances à la première fréquence propre de flexion et à la fréquence de respiration, un contrôle en pression semble envisageable.

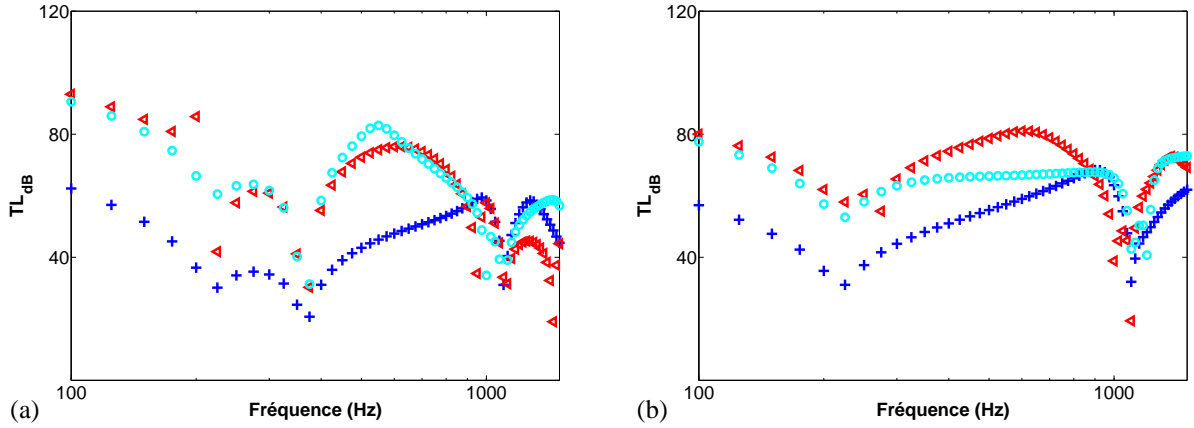


FIG. 4 – TL_{dB} en configurations passives et actives. (a) : feutre. (b) : laine de roche. ++ : passif, <<< : contrôle en déplacement et $\circ\circ$: contrôle en pression "interne".

4 Réduction du modèle poroélastique

La résolution frontale du problème couplé nécessite un temps de calcul beaucoup trop long pour mettre en place un processus d'optimisation. Une stratégie de sous-structuration dynamique doit être mise place. Cette partie présente l'approche adoptée pour la réduction du modèle poroélastique. Le cas test est composé d'un modèle mono-dimensionnel de feutre de 12 centimètres de longueur occupant un domaine Ω , soumis à un déplacement imposé sur sa frontière $\partial\Omega_1$ et encastré sur sa frontière $\partial\Omega_2$. Après formulation variationnelle et discrétisation par la méthode des éléments finis, le système matriciel à résoudre correspond à l'équation 3. Les conditions aux limites de Dirichlet sont ensuite imposées par élimination. Par soucis de concision, les espaces de recherche ne sont pas explicités.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\lambda}^s [\mathcal{K}_{int,1}^s] + 2\mu_s [\mathcal{K}_{int,2}^s] - \omega^2 \tilde{\rho}^{11} [\mathcal{M}_{int}^s] & \tilde{\lambda}^{sf} [\mathcal{K}_{int,c}^s] - \omega^2 \tilde{\rho}^{12} [\mathcal{M}_{int}^s] \\ \tilde{\lambda}^{sf} [\mathcal{K}_{int,c}^f] - \omega^2 \tilde{\rho}^{12} [\mathcal{M}_{int}^f] & \tilde{\lambda}^f [\mathcal{K}_{int,1}^f] - \omega^2 \tilde{\rho}^{22} [\mathcal{M}_{int}^f] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^s \\ U^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

$\tilde{\lambda}^s$, $\tilde{\rho}^{11}$, $\tilde{\lambda}^{sf}$, $\tilde{\rho}^{22}$ et $\tilde{\rho}^{12}$ sont les pseudo coefficients de Lamé et les masses volumiques relatives dépendants de la fréquence. μ_s ne dépend pas de la fréquence. u^s et U^f représentent les déplacements solides et fluides. Les matrices \mathcal{K} et \mathcal{M} sont les différentes matrices de raideurs et de masses adimensionnées. On note $[u_1^s \ U_1^f]^T$ la solution du problème forcé. Le principe des méthodes à interfaces fixes, tel que le rappelle Ohayon (2004), repose sur la décomposition de l'espace de recherche de la solution en une somme directe de sous-espaces. Dans le cas du problème poroélastique, la décomposition envisagée est présentée dans l'équation 4.

$$\begin{bmatrix} u_1^s \\ U_1^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{\text{stat}}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ U_j^f \end{bmatrix} + [B_{\text{dyn}}][a_i] \quad (4)$$

Le vecteur $[\Phi_{\text{stat}}^f]$ représente l'ensemble des déformées statiques calculées par imposition des degrés de liberté fluides de jonction U_j^f . La matrice $[B_{\text{dyn}}]$ représente une base de l'espace des déplacements (u^s, U^f) tel que u^s et U^f soient respectivement libre et encasté aux noeuds de jonction (ici $\partial\Omega_1$). La méthode développée est donc à interface mixte. La non-linéarité fréquentielle du problème aux valeurs propres complique la résolution du problème spectral. Une première approche, développée par Dazel *et al.* (2002), consiste à approximer les coefficients poroélastiques à l'aide de développements de Taylor plus ou moins poussés. Le calcul des modes dynamiques est ici effectué sans approximation, à l'aide d'une adaptation de l'algorithme d'*Arnoldi non-linéaire* développé par Voss (2003). La non-linéarité du problème rendant les modes obtenus non-orthogonaux, la base $[B_{\text{dyn}}]$ est formée des vecteurs propres réorthogonalisés par le procédé de Gramm-Schmidt.

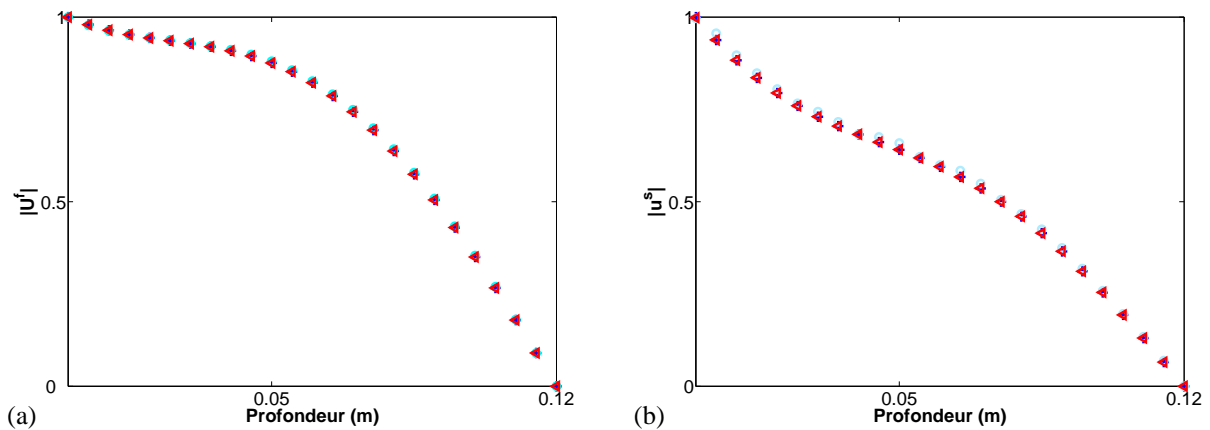


FIG. 5 – Reponse forcée de l'échantillon de feutre à un déplacement unitaire imposé. La fréquence est de 300 Hz. (a) : module de U^f , (b) : module de u^s . ++ : solution de référence (961 ddl), ○○ : reconstruction 10 modes dynamiques (21 ddl), << : reconstruction 30 modes dynamiques (61 ddl).

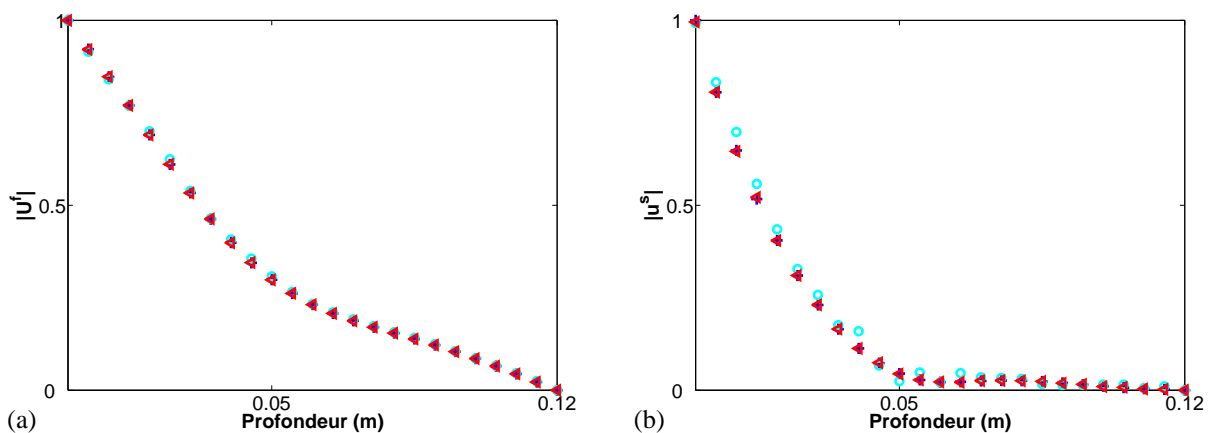


FIG. 6 – Reponse forcée de l'échantillon de feutre à un déplacement unitaire imposé. La fréquence est de 1000 Hz. Les notations sont semblables à celles figure 5.

Les figures 5 et 6 représentent les résultats de la reconstruction pour des fréquences d'excitation de 300 et 1000 Hz. La correspondance entre modèles complet et réduit est bonne pour les modules des déplacements. Les résultats concernant la phase ne sont pas présentés. Néanmoins, la bonne concordance entre les modèles y est préservée.

5 Conclusions et perspectives

Un modèle éléments finis de double-cloison passive/active vient d'être étudié. Les différents résultats présentés montrent la fiabilité du modèle à reproduire les phénomènes physiques connus tels la fréquence de respiration. Différentes configurations concernant le coeur du sandwich ont été testées, ainsi que différentes stratégies de contrôle (en déplacement et en pression). L'action de la source secondaire permet d'améliorer les performances sur toute la gamme de fréquences étudiée. Néanmoins, le choix d'une fonction coût mal adaptée peut mener à un dysfonctionnement du système et à la création d'interférences constructives néfastes entre les sources primaires et secondaires. Le coût de calcul des algorithmes adaptatifs empêchant la mise en oeuvre de tels multicouches sur une large plage de fréquences, l'objectif du contrôle se resserrera sur la réduction des amplitudes vibratoires à la première fréquence propre de flexion et à la fréquence de respiration. Pour cela un contrôle en pression semble avantageux car moins intrusif qu'un contrôle en déplacement.

L'utilisation du modèle frontal est désavantageuse pour la mise en place d'une procédure d'optimisation des paramètres physiques du sandwich. Un modèle réduit basé sur la sous-structuration dynamique est en cours de développement. A cet effet, la stratégie développée pour la réduction du modèle poroélastique a été présentée. Le choix du sous-espace de projection a été validé à l'aide d'un cas test unidimensionnel. L'axe de recherche s'oriente maintenant pleinement sur la réduction du temps de calcul. La méthodologie utilisée pour le modèle poroélastique doit être étendue au cas tridimensionnel. Le couplage de sous-structures doit être développé et adapté aux cas d'interfaces présentant des maillages incompatibles.

Références

- Allard, J.F. 1993 *Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials* Elsevier applied science, London
- Batifol, C., Zielinski, T.G., Ichchou, M.N., Galland, M.A. 2007 A finite element study of a piezoelectric/poroelastic sound package concept. *Smart Mat. Struct.* **16** 168-177
- Carneal, J.P., Fuller, C.R. 2004 An analytical and experimental investigation of active structural acoustic control of noise transmission through double panel system. *J. Sound Vib.* **272** 749-771
- Dazel, O., Sgard, F., Lamarque, C.H., Atalla, N. 2002 An extension of complex modes for the resolution of finite-element poroelastic problems *J. Sound Vib.* **253** 421-445
- Galland, M.A., Mazeaud, B., Sellen, N. 2005 Hybrid passive/active absorbers for flow ducts. *Appl. Acoust.* **66** 691-708
- Guigou, C., Fuller, C.R. 1999 Control of aircraft interior broadband noise with foam-pvdf smart skin. *J. Sound Vib.* **220** 541-557
- Johnson, B.D., Fuller, C.R. 2000 Broadband control of plate radiation using piezoelectric, double-amplifier active-skin and structural acoustic sensing. *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 876-884
- Ohayon, R. 2004 Reduced models for fluid-structure interaction problems *Int. J. Numer. Meth. Engng* **60** 139-152
- Voss, H. 2003 An arnoldi method for nonlinear eigenvalue problems *Tech Report, Dept. Math., T.U. Hamburg-Harburg*