

Philippe de Rouilhan

DE L'UN ET DU MULTIPLE : SUR LA DOCTRINE DES CLASSES DES *PRINCIPLES*

I. Sens collectif des locutions dénotantes en « all » et classes

La doctrine des classes exposée par Russell au chapitre VI des *Principles*, et plus précisément sa doctrine de l'un et du multiple, a mauvaise réputation: elle est fausse, pense-t-on, et surtout dénuée d'intérêt, ou plutôt même dénuée de sens. C'est une doctrine mal famée et le jugement sommaire d'un Largeault, par exemple, n'a malheureusement rien de très original: « Russell semble [...] très occupé par un problème tout à fait dénué de sens du point de vue formaliste [l'auteur n'est pas formaliste, et je ne sais quel sens donner à cette référence à un ainsi-nommé point de vue] et qui est de savoir comment concilier que la classe puisse être une unité (*class as one*) et une multiplicité (*class as many*) à la fois [...]. Cette opposition de l'un et du multiple à propos des classes nous paraît assez oiseuse, mais il est caractéristique de la pensée de Russell qu'il l'ait prise très au sérieux [...]. En fait, on peut discuter indéfiniment sur le problème de la classe comme unité ou comme pluralité. C'est un sujet logiquement et philosophiquement dénué d'intérêt » (1970, pp. 199, 200, 203). Loin de moi l'idée de laver Russell de toute tache, mais un tel consentement à le déclarer coupable (à l'égard de la vérité ou du sens) ne pouvait que me le faire présumer innocent. Je voudrais instruire effectivement son procès et rendre un jugement équitable.

Russell expose sa doctrine des classes dans le cadre général de l'analyse logique de ces

quelques locutions référentielles auxquelles il est amené à faire un sort pour le rôle qu'elles jouent en mathématiques, et qu'il appelle « dénotantes » : les locutions en « *the* » au singulier, « *some* », « *any* », « *a(n)* », « *every* » et « *all* » au sens collectif. Russell fait entre « *some* » et « *a(n)* », de même qu'entre « *any* » et « *every* », une subtile et vaine différence sémantique, incapable de produire tous les effets attendus que nous analysons aujourd'hui (dans la modernité fregéenne) comme effets d'une simple différence de portée ; et il prend « *all* » au sens collectif, par opposition au sens *distributif* qu'il pourrait avoir comme équivalent de « *any* » ou de « *every* ». En 1903, Russell n'introduit pas expressément d'usage distributif de « *all* », il le fera en 1905, en même temps qu'il abolira toute différence entre « *some* » et « *a(n)* », de même qu'entre « *any* » et « *every* » avec lesquels « *all* » dans son sens distributif viendra se confondre.

L'opposition entre les acceptions distributive et collective d'une locution dénotante en « *all* » (le « *all* » pouvant d'ailleurs être omis) est bien claire, par exemple dans :

- (1) All numbers are even or odd,
- (2) All numbers are infinite.

L'énoncé (2) est tiré de Russell, 1914 (éd. 1926, p. 198), citant-traduisant Galilée : il s'y agit des même nombres entiers que dans l'énoncé (1). Le même phénomène se retrouve en français lorsque le « tous » (qui, en français, est toujours distributif) est omis, comme par exemple dans :

- (3) Les multiples de 4 sont des multiples de 2,
- (4) Les multiples de 4 sont aussi nombreux que les multiples de 2.

Bien entendu, lorsque la locution dénotante est à prendre au sens collectif, le prédicat n'est pas forcément du genre « nombreux » comme dans les énoncés (2) et (4), mais ce genre est paradigmatique.

Au double usage du déterminant « *all* » (ou « les »), correspond analogiquement le double usage, qu'on pourrait dire aussi « distributif » et « collectif », de la conjonction « *and* » (ou « et »), comme dans les énoncés suivants empruntés à Russell (p. 56) (à l'occasion desquels il introduit la terminologie « distributif »/« collectif ») :

- (5) Brown et John font la cour à Miss Smith,
- (6) Brown et John sont deux des soupirants de Miss Smith.

L'usage de la conjonction implique une certaine finitude que celui du déterminant n'implique pas. Mais, à part cela, tout ce qui vaut de l'un vaut de l'autre, *mutatis mutandis*.

L'étude des locutions dénotantes en « *all* » au sens collectif, donc, est faite au chapitre VI des *Principles*, intitulé « *Classes* ». Russell applique à ces locutions la même distinction entre *meaning* et *denotation* qu'il a appliquée aux autres au chapitre précédent. La façon anachronique, pré-fregéenne, dont il a traité les locutions correspondant à nos quantificateurs existentiel et universel (à savoir précisément comme locutions *dénotantes*, comme locutions *référentielles* en un sens où elles ne le sont justement plus chez Frege) importe peu ici puisqu'on peut dire aussi bien que Russell mène son étude des locutions dénotantes en « *all* » (au sens collectif) en prenant modèle sur celles des locutions dénotantes en « *the* » (les descriptions définies) — et oublier tout le reste. En l'occurrence, les locutions en « *all* » auront

meaning et *denotation* (sauf exception — qui sera levée dans l'appendice B — où le terme général ne convient à aucun *term*), et la dénotation sera une « *class* » : c'est ainsi que l'analyse logique de ces locutions ira de pair avec une théorie des « *classes* » — n'en disons pas plus pour l'instant sur lesdites « *classes* », en particulier si Russell les pense comme « *classes as one* » ou « *classes as many* » (j'introduirai cette terminologie, explications à l'appui, au paragraphe 2 et répondrai à cette question au paragraphe 3), ni, de façon correspondante, pour reprendre la terminologie que j'ai introduite par ailleurs (Rouilhan, 1988, chap. VI), s'il faut les penser plutôt comme *ensembles* ou plutôt comme *multiplicités* (je ne ferai le point qu'au paragraphe 3, n° 3).

II. Une théorie russellienne des classes imaginable

1. Voici, avant même d'entrer dans la doctrine proprement russellienne, ce à quoi on pourrait s'attendre, *grosso modo*, dans la ligne du chapitre 5 des *Principles*, au moment où l'on aborde, avec le chapitre 6, la théorie des classes.

Un terme général « *A* » signifierait un *class-concept* et la locution dénotante « *all A's* » signifierait un certain concept dénotant, **all A's** (usons des astérisques pour désigner le *meaning* d'une expression (ou forme d'expression) elle-même), lequel concept « signifierait » à son tour, plus spécifiquement *dénoterait* un certain objet, à savoir, une classe : *all A's* (les *A's*), la classe des *A's*. « Les *A's* dénoterait le même objet que tel ou tel désignateur singulier de la classe en question, « $\{A\}$ », par exemple ; « les *A's* sont *P* » serait équivalent à « $\{A\}$ est *P* » et cela analytiquement : un jugement pluriel collectif reviendrait à un jugement singulier sur une collection : sur une classe.

Il y aurait un certain nombre de questions annexes à trancher, par exemple touchant à la classe vide (est-ce un étant ? ou seulement un objet au-delà de l'être ? ou n'est-ce rien de pensable, fût-ce comme objet ?), ou aux classes-unités, à ces classes qui n'ont qu'un élément (faut-il les distinguer de cet élément ?), ou à la nature des classes en général (d'où tirent-elles leur unité ?), etc. Mais en tout cas, une classe en général pourrait bien avoir plusieurs éléments : être *multiple* en ce sens ; elle n'en posséderait pas moins l'unité de l'être que possède tout étant : serait *une* en un autre sens. Toute classe autre que la classe vide (à supposer que rien de tel soit pensable) et que les classes-unités (celles qui ont un et un seul élément) serait *une* en un sens et *multiple* en un autre : elle serait *une* au sens *transcendantal* (dans le lexique médiéval : *transcendentalis*) où tout est un (non pas au sens d'un monisme héraclitéen ou hégélien, mais au sens où tout étant a l'unité de l'être, au sens où un *étant* n'est tel que pour autant qu'il est un étant) ; et elle serait *multiple* en tant que classe, au sens où un individu ou une classe-unité ne le sont pas : je dirai au sens « *naturel* ». Autrement dit, elle serait *ontologiquement une*, mais *ontiquement multiple* ; ou encore : dans l'assertion qu'une telle classe est à la fois une et multiple, il faudrait entendre la *multiplicité* comme un prédicat *réel* (réalité : non au sens de l'effectivité,

mais de la quiddité), mais l'*unité* comme un prédicat *catégorial*. On dira ce qu'on voudra pourvu que ce soit *distinctement*.

2. Il faut maintenant dire d'une telle doctrine, qui diffère de celle de Russell, je dirai au paragraphe suivant en quoi, comment elle tomberait sous le coup du paradoxe de Russell et autres semblables, et la leçon qu'elle devrait en tirer.

Cette doctrine, au départ, n'exigerait pas que le terme général « *A* » de la locution plurielle « les *A*'s » '« *all A*'s ») (ou de la locution singulière correspondante « $\{A\}$ ») soit simple. Elle ne poserait même aucune limite à sa complexité possible : à partir de n'importe quelle forme d'énoncé $F(x)$ » aussi complexe soit-elle, elle admettrait systématiquement la possibilité de former le terme général « *x* tel que $F(x)$ » ou l'expression du prédicat (de propriété) « un *x* tel que $F(x)$ » (à ne pas confondre avec la locution dénotante homonyme), et, corrélativement, la locution plurielle « les *x*'s tels que $F(x)$ » (ou la locution singulière correspondante « $\{x \text{ tel que } F(x)\}$ » ou, si l'on préfère, « $\{x|F(x)\}$ »). Pour cette doctrine, une telle locution dénotante aurait à la fois *meaning* (concept dénotant correspondant) et *denotation* (objet dénoté, à savoir classe, correspondant(e) ; et cela, je le répète, quelle que soit la forme d'énoncé « $F(x)$ ». Et c'est ainsi que la doctrine tomberait fatalement sous le coup du paradoxe de Russell et autres semblables : en choisissant pour « $F(x)$ » la forme « *x* est une classe et $x \notin x$ » (ou même, plus simplement, « $x \notin x$ »).

Face à un tel désastre, la doctrine devrait procéder à une révision déchirante : à la remise en cause du *principe d'abstraction des classes* : à sa limitation, à savoir qu'à une forme d'énoncé ne correspond pas toujours une classe, qu'une locution en « les » (« *all* ») au sens collectif ne dénote pas toujours une classe. Peut-être pourrait-on dire parallèlement (je l'imagine pour rester assez proche de Russell dans cette doctrine qui n'est pas la sienne) qu'à toute forme d'énoncé ne correspond pas toujours, par la construction en « tel que », un concept : un *class-concept* ou un prédicat ; autrement dit, que toute assertion n'est pas (toute satisfaction de fonction propositionnelle n'équivaut pas à) une subsomption sous un *class-concept* ou une prédication. On dirait cela si l'on admettait que ce qui se passe au niveau du *meaning* et ce qui se passe au niveau de la *denotation* vont de pair : qu'il y a une classe *s x* tels que $F(x)$ si et seulement s'il y a un concept, **x* tel que $F(x)^*$, ou *un *x* tel que $F(x)^*$. Cela n'empêcherait pas qu'il y ait en tout cas un concept dénotant, *les *x*'s tels que $F(x)^*$, c'est seulement le *class-concept* ou le prédicat qui pourrait faire défaut (ils le feraient en même temps qu'elle). C'est peut-être le paradoxe de Russell relatif aux prédicats (« paradoxe de l'imprédictable » impliquant les prédicats qui ne sont pas prédicables d'eux-mêmes : cf. 1902) ou celui relatif aux *class-concepts* (impliquant les *class-concepts* qui ne sont pas *terms* de leur propre extension : cf. 1903, § 101) qui pousserait à une limitation du principe d'abstraction des concepts — prédicats ou *class-concepts* — (comme on pourrait l'appeler) (précisément : les prédicats ou les *class-concepts* à la Russell [cf. en part. 1903, § 49] tombent sous le coup du paradoxe correspondant, lequel impose pour sa résolution une limitation du principe d'abstraction des concepts ; mais des prédicats ou *class-concepts* à la Frege [je veux dire ne pouvant figurer dans une proposition que

comme tels, et non comme *terms*] rendraient impossible la formulation du paradoxe et inutile la limitation du principe), et c'est le paradoxe de Russell relatif aux classes (ce qu'on appelle ordinairement « paradoxe de Russell » et qui implique les classes qui ne sont pas membres d'elles-mêmes) qui contraindrait à celle du principe d'abstraction des classes. Et l'on admettrait que ces deux limitations vont strictement de pair. La tâche serait alors de tracer la limite entre les formes *régulières* auxquelles correspondent concept et classe, et les formes *exceptionnelles* auxquelles ne correspond rien de tel (ni concept, ni classe).

Et l'on pourrait dire la même chose autrement (ne parlons plus que des classes et favorisons la comparaison avec la doctrine russellienne) en introduisant les notions de classe *en tant que une* et de classe *en tant que multiple*. Il s'agirait d'unité et de multiplicité *transcendantales* — cela serait sous-entendu. La classe en tant que une, ce serait la classe tout simplement, celle dont il a été question jusqu'ici (dans cette doctrine imaginée), la classe qui en tant qu'étant est une. Et la classe en tant que multiple, ce serait par exemple la classe qui correspond à une forme à laquelle ne correspond aucune classe en tant que une, aucune classe ayant l'unité de l'être, ce serait ainsi, selon cet exemple, une classe dont la multiplicité des éléments exclut l'unité de l'être. Mais même dans le cas d'une classe ayant l'être, et donc une, il y aurait une classe multiple et donc, sauf exception, n'ayant pas l'être, correspondante. Sauf exception, la classe en tant que multiple serait un objet au-delà de l'être : elle coïnciderait avec la classe en tant que une dans le cas de la classe vide (s'il y a rien de tel) et des classes-unités. La remise en cause du principe d'abstraction des classes (en tant que unes) pourrait dès lors s'exprimer ainsi : à toute forme d'énoncés correspond bien une classe en tant que multiple, mais non toujours une classe en tant que une. Plus brièvement, à toute classe en tant que multiple ne correspond pas toujours une classe en tant que une ; ou mieux : *le multiple n'est pas toujours logiquement réductible à l'un*.

3. Résumons : j'ai imaginé une doctrine des classes qui diffère de celle de Russell (que je dirai par après en disant les différences). Selon cette doctrine, un terme général « A » signifie, *sauf exception*, un *class-concept*, la locution dénotante « les A 's » signifie un concept dénotant, lequel signifie à son tour, ou mieux dénote, *sauf exception*, une classe : la classe des A 's. Cette même classe peut être signifiée ou dénotée par un terme singulier, disons « $\{A\}$ », et un jugement pluriel collectif (« les A 's sont P »). La classe des A 's, si classe des A 's il y a, est un étant : elle est transcendantalement (ontologiquement, catégorialement) *une*. Cela n'empêche pas qu'elle puisse être naturellement (ontiquement, réellement) *multiple*.

Le terme général « A » peut être simple ou complexe, il peut être de la forme « x tel que $F(x)$ », où « $F(x)$ » est n'importe quelle forme d'énoncés. *Sauf exception*, à une forme « $F(x)$ », correspondent (*via* le terme général « x tel que $F(x)$ » [ou l'expression prédicative « un x tel que $F(x)$ »] et la locution dénotante « les x 's tels que $F(x)$ » [ou le terme singulier « $\{x|F(x)\}$ »]) *class-concepts* (ou prédicat) et classe. La considération de la forme « x est une classe et $x \notin x$ » (ou même « $x \notin x$ ») montre, *via* le « paradoxe de Russell », qu'il y a effectivement des *exceptions* au principe d'abstraction des classes. On peut penser, *via* le

« paradoxe de l'imprédictible » et son analogue relatif aux *class-concepts* (la doctrine en question le fait, à la Russell), qu'il en est de même du principe d'abstraction des concepts (*class-concepts* ou prédicats) et que les exceptions sont exactement les mêmes. Pour en rester aux classes, on peut dire : à toute forme correspond bien toujours une classe en tant que multiple (transcendamment), mais non toujours une classe en tant que une (*id.*) : le multiple n'est pas toujours logiquement réductible à l'un.

Je tiens à dire qu'au-delà de cette terminologie un peu surannée de l'« un » et du « multiple », cette façon de présenter les choses, qui n'est pas exactement celle de Russell, est fidèle à l'essence de la théorie moderne des ensembles depuis Cantor et à ses difficultés. Le problème fondamental de la théorie des ensembles depuis Cantor peut s'énoncer en ces termes : quelles sont les formes d'énoncés auxquelles correspond une classe en tant que une, et quelles, auxquelles ne correspond qu'une classe en tant que multiple ? Quelles multiplicités sont logiquement réductibles à l'unité ? Cantor ouvrait son mémoire de 1895-1897 sur la théorie des ensembles transfinis par cette définition heuristique : « Par ensemble (*Menge*), nous entendons n'importe quel rassemblement en un tout '*Zusammenfassung zu einem Ganzen*) *M* d'objets bien définis et distincts *m* de notre intuition ou de notre pensée ». A quelle condition logique un tel « rassemblement en un tout » est-il possible ? — tel est le problème fondamental de la théorie des ensembles depuis Cantor. La version que j'ai donnée ici de ce problème en termes d'unité et de multiplicité en fait l'analogue rigoureux de ce que j'ai appelé par ailleurs (Rouilhan, 1988, chap. VI, § 2), le « problème de la représentation ». A la correction près qui mène de ce problème à celui de la « re-présentation » (*op. cit.*, chap. VI, § 3), les classes en tant que unes correspondent, selon cette analogie, à ce que j'ai appelé « ensembles », et les classes en tant que multiples, à ce que j'ai appelé « multiplicités ».

Mais donc, la doctrine particulière de Russell n'est pas exactement celle que j'ai exposée dans ce paragraphe, il faut dire maintenant en quoi elle en diffère.

III. La théorie russellienne des classes en réalité ; principe d'une critique possible

1. J'ai introduit le langage de l'« un » et du « multiple » au sens ontologique (par opposition au sens ontique de ces mêmes termes) comme le fait Russell, à ceci près que 1) Russell n'explicite pas, ne thématise pas ni, sans doute, ne maîtrise tout à fait la différence ontico-ontologique comme telle ; et que 2) il ne tient pas la différence entre les deux formes :

(7) All *A*'s are *P*,

(8) {*A*} is *P*

pour une différence seulement *grammaticale* : à cette différence de « nombre », il accorde une

valeur *logique*: pour lui, la locution plurielle « *all A's* (les *A's*) » dénote bien la classe des *A's*, mais la classe « *as many* (en tant que multiple) », tandis que c'est la locution singulière correspondante (que je note) « $\{A\}$ » qui dénote la classe « *as one* (en tant que une) ». Par exemple, dans les énoncés:

- (9) (All) men are more and more numerous,
(10) The human race is more and more numerous,

« (all) men » dénote la classe des hommes en tant que multiple, et « the human race », la classe des hommes en tant que une. Et pour Russell, au contraire de ce qui se passait dans la doctrine précédente, « *class* » signifie primitivement « *class as many* » et non « *class as one* »: ce sont des classes en tant que multiples et non en tant que unes que l'on parle quand on parle de « classes » sans autre précision.

Dans la doctrine précédente, la différence ontico-ontologique permettait de penser que quelque chose comme la dénotation de la locution plurielle « *all A's* » puisse être à la fois un (objet singulier de discours) et *multiple* (objet de discours dont le sujet, dans la version plurielle, renvoie à plusieurs *terms*) et permettait donc d'ignorer logiquement la différence de « nombre » entre (7) et (8) (donc, par exemple, entre (9) et (10)) comme simple différence grammaticale. Comment ne pas soupçonner Russell de quelque confusion ontico-ontologique lorsqu'il fait le sort logique qu'il fait à cette différence de « nombre » et déclare que la locution plurielle dénote la *class as many*, et la locution singulière, la *class as one*? Russell a du mal à penser que quelque chose puisse être à la fois un (ontologiquement) et multiple (ontiquement).

Certes, avec sa notion, dérivée, de *class as one*, Russell pense bien quelque chose de tel (à la fois un et multiple) et fait bien la différence (ontico-ontologique). Ou plutôt non, justement, il ne pense pas « bien » et ne fait pas « bien »: il pense *mal* et fait *mal*: rien de plus faible que la doctrine russellienne des *classes as one*. En particulier au paragraphe 75 (al. 2), où les *classes as one* semblent bien près de se confondre avec de simples *tas*, ou du moins avec de simples totalités méréologiques, et ne gagner leur unité ontologique qu'à perdre leur multiplicité ontique ou du moins celle qui est censée être la leur en tant que classes. Les positions de Russell sur la classe vide et les classes-unités, qu'elles soient *as one* ou *as many* (positions qu'il rectifiera, il est vrai, dans l'appendice A), ne sont pas plus rassurantes à cet égard.

Je ne dis pas que Russell ne faisait pas du tout la différence ontico-ontologique, je dis qu'il ne la maîtrisait pas et que cela décide de la tournure étrange (au-delà de la terminologie) ou obscure de sa doctrine des classes. Telle est, en tout cas, pour l'essentiel, cette doctrine, je le répète: une locution dénotante de la forme « *all A's* » a un *meaning* (un certain concept dénotant) et une *denotation*: la classe *as many*, la multiplicité ontologique des *A's* (un objet qui n'est pas un étant, un objet au-delà de l'être, sauf cas où il n'y a qu'un *A*). A la locution plurielle « *all A's* » correspond la locution singulière (que j'ai notée) « $\{A\}$ » par exemple à « *all men* », « $\{man\}$ » (en langage ordinaire: « *the human race* »). A noter que Russell ne nous dit pas grand-chose sur les expressions de ce dernier genre: sans doute (comme on dit quand il y a

doute) faut-il les prendre comme des locutions dénotantes, précisément comme des descriptions définies.

2. La doctrine de Russell, sous cette forme où aucune restriction n'est apportée au principe selon lequel à toute classe *as many* correspond une classe *as one*, tombe évidemment comme la précédente sous le coup du paradoxe de Russell et autres semblables, et la leçon à en tirer est la même, *mutatis mutandis*.

La leçon à en tirer, c'est que si toute locution plurielle de la forme « *all A's* » où le terme « *A* » est de quelque complexité qu'on voudra, dénote bien une classe *as many*, il n'est pas vrai qu'il lui corresponde toujours (une locution singulière dénotant) une classe *as one*. La leçon se formule comme la précédente : *le multiple n'est pas toujours logiquement réductible à l'un*. C'est la leçon qu'en tire Russell, qu'il complète de la façon suivante, en prenant en compte le niveau du *meaning* : pour qu'à la classe *as many* de tous les *x*'s tels que $F(x)$ corresponde une classe *as one*, il faut et il suffit qu'à la forme « $F(x)$ » corresponde, *via* « x such that $F(x)$ », ou « x such that $F(x)^*$, un concept (*class-concept* ou prédicat), c'est-à-dire que la satisfaction de la forme « $F(x)$ » revienne à une subsomption (subsomption sous un *class-concept* ou prédication). (J'évite, pour raison d'économie ou de clarté, de parler avec Russell en termes de « fonctions propositionnelles » : de dire que pour qu'à la classe *as many* de tous les *x*'s tels que $F(x)$ corresponde une classe *as one*, il faut et il suffit qu'à la fonction propositionnelle $F(x)$ corresponde un concept (*class-concept* ou prédicat).

Restons-en aux classes : seules certaines locutions de la forme « *all A's* » dénotent une classe *as many* à laquelle correspond une classe *as one*. Il faut, sous peine de paradoxe, en exclure de ce privilège. Et Russell croit qu'il convient d'exclure précisément les locutions dont le terme général « *A* » est de la forme « x such that $F(x)$ » où la forme « $F(x)$ » est, comme il dit, empruntant au lexique des mathématiques, « quadratique » — il s'agit du genre de forme que l'on voit intervenir dans la formation des paradoxes. Pour autant que cette notion (que Russell, même s'il parle de « formes quadratiques », applique en réalité aux fonctions propositionnelles) soit intelligible (cf. § 103), la décision n'est pas, à première vue, déraisonnable. Mais Russell ne prend pas la peine de vérifier qu'elle nous garantit contre les paradoxes (du moins ceux qu'il envisage au chapitre X sous le titre « La Contradiction » : paradoxes du genre « logique »), non plus qu'inversement, elle ne fait pas obstacle au développement des mathématiques. Est-ce parce qu'il en doute, toujours est-il qu'il ne se tient pas à cette décision, et déclare étrangement, peu après (§ 104, *in fine*), que « c'est la distinction des types logiques qui est la clef de tout le mystère ». Et de renvoyer à l'appendice B, consacré à « la doctrine des types » : à la première théorie russellienne des types, laquelle, à son tour, restera sans lendemain.

3. Sans doute y a-t-il une critique à faire de la distinction russellienne entre classes *as many* et classes *as one* (une critique à faire de ces notions russelliennes elles-mêmes). Mais avant de la faire, ou plutôt d'en donner seulement le principe, je tiens à dire qu'à mes yeux, cette distinction n'est pas moins intelligible et défendable que la distinction fregéenne analogue (dans une

certaine mesure) entre concept (extensionnel et non objectuel) et extension (extensionnelle et objectuelle). Que certains croient pouvoir gober la distinction fregéenne et devoir rejeter la distinction russellienne me paraît totalement injustifiable: c'est avoir deux poids et deux mesures — le péché mortel de la pensée.

Mais si la distinction russellienne n'est pas moins défendable que la fregéenne, elle ne l'est pas plus, et la critique que j'ai adressée par ailleurs à celle-ci (Rouilhan, 1988, chap. V) s'applique, *mutatis mutandis*, à celle-là. Il me semble qu'une juste doctrine (juste dans la mesure où elle ne serait pas « métaphysique » [*op. cit.*, chap. V, § 3, n° 1, *in fine*]) de l'un et du multiple qui voudrait, comme celle de Russell, être aussi une doctrine du singulier et du pluriel (collectif), devrait reconnaître, dans les énoncés:

- (11) Les A 's sont P ,
- (12) $\{A\}$ est P^* ,

entre les sujets « $\{A\}$ » et « les A 's » et aussi, corrélativement, entre les expressions de prédicats, « P^* » et « P », une différence analogue à celle que fait Russell entre nom propre et expression de prédicat ordinaire (et déterminable comme elle dans le cadre de la théorie des relations externes). Elle devrait ensuite redéfinir la différence de l'un et du multiple à partir de celle du singulier et du pluriel comme une différence « logique », ou « sémantique », je veux dire ici du niveau du *meaning*, par opposition au niveau « ontologique » de la *denotation*. Précisément (et pour rester toujours proche de Russell): la dénotation de l'expression plurielle « les A 's » serait une classe au sens primitif, et elle serait *multiple* pour autant qu'elle serait dénotation de (se présenterait à travers) le *meaning* de cette expression *plurielle*; et elle serait *une* (et aurait l'être) pour autant qu'elle pourrait être dénotation de (pourrait se présenter à nouveau, se représenter, à travers), le *meaning* de l'expression *singulière* correspondante « $\{A\}$ ». L'un et le multiple en ce sens (qu'il faudrait encore distinguer d'un autre sens comme tout à l'heure nous distinguions le sens transcendantal du sens naturel) ne seraient pas exclusifs l'un de l'autre: la même classe, présentée en tant que une pourrait toujours se re-présenter en tant que multiple. Mais le paradoxe de Russell montrerait que la réciproque ne serait pas toujours vraie: *qu'il y aurait du multiple non re-présentable en tant que un* (du multiple, donc, au-delà de l'être). Les problèmes que cette doctrine rencontrerait dans le passage du pluriel (11) au singulier (12), la doctrine dite R dans Rouilhan, 1988, (chap. VI), en rencontrait d'analogues dans le passage « re-présentatif » d'un énoncé à un autre:

- (13) $Q_x (B(x))$,
- (14) $Q^* (\{x|B(x)\})$;

et elle tirait du paradoxe de Russell la leçon qu'il y a des *multiplicités* (d'objets) non re-présentables en tant qu'objets. L'analogie serait profonde entre les deux doctrines, précisément entre la doctrine ici envisagée et la doctrine R limitée au second ordre (les classes *multiples* correspondraient aux *multiplicités* [d'objets] et les classes *unes* aux *ensembles*) malgré leurs

différences par ailleurs (notamment sur la notion d'être qui, au sens de la doctrine ici envisagée, correspondrait à l'objectualité au sens de R).

Au total, la doctrine russellienne de l'un et du multiple serait une tentative de penser au niveau « ontologique » (je veux dire ici : de la *denotation*) ce qu'il faudrait penser au niveau « logique » ou « sémantique » (du *meaning*) (ou, sinon, réduire à une simple différence grammaticale : cf. ci-dessus, § 2), à savoir la différence entre singulier et pluriel (collectif), comme la doctrine fregéenne de l'objet et du concept était une tentative de penser au niveau « ontologique » (de la *Bedeutung*) ce qu'il fallait penser au niveau « logique » ou « sémantique » (du *Sinn*) ; à savoir la différence entre sujet et prédicat.

BIBLIOGRAPHIE

- CANTOR, Georg
1895-1897 « Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre », *Mathematische Annalen*, 46 (1895), pp. 481-512 ; 49 (1897), pp. 207-46 (réimp. in Cantor, 1932).
- CANTOR, Georg
1932 *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts* (éd. par E. Zermelo), Berlin : Springer, 1932.
- FREGE, Gottlob
1976 *Wissenschaftlicher Briefwechsel* (éd. par G. Gabriel, H. Hermès, F. Kambartel, C. Thiel, A. Veraart), Hamburg : F. Meiner, 1976.
- HEIJENOORT, Jean van
1967 *From Frege to Gödel, a Source book in Mathematical Logic 1879-1931*, Cambridge Mass. : Harvard U.P., 1967.
- LARGEAULT, Jean
1970 *Logique et Philosophie chez Frege*, Paris : Béatrice-Nauwelaerts et Louvain : Nauwelaerts, 1970.
- ROUILHAN, Philippe de
1988 *Frege. Les paradoxes de la présentation*, éd. de Minuit, 1988.
- RUSSELL, Bertrand
1902 Lettre à Gottlob Frege du 16 juin 1902 (en allemand) in Frege, 1976, (éd. d'abord par J. van Heijenoort en anglais (trad. B. Woodward) in Heijenoort, 1967).
- RUSSELL, Bertrand
1903 *The Principles of Mathematics*, London : Cambridge U.P., 1903 (2^e édition G. Allen and Unwin, 1937).
- RUSSELL, Bertrand
1905 « On Denoting », *Mind*, 14 (1905), pp. 479-93 (réimp. in Russell, 1956).
- RUSSELL, Bertrand
1914 *Our Knowledge of the External World as a Field for Scientific Method in Philosophy* (éd. revue et corrigée, London : G. Allen and Unwin, 1926).